

Figure (4:11) Floor Framing

# د موادو مقاومت

$$\alpha_1 = 25^\circ 45'; 2\alpha_1 = 51^\circ 20'; \sin 2\alpha_1 = 0.7808; \cos \alpha_1 = 0.624;$$

$$I_{\max} = \frac{I_x + I_y}{2} + \frac{I_x - I_y}{2} \cos 2\alpha_1 - I_{xy} \sin 2\alpha_1 = \frac{30488 + 10101}{2} \\ + \frac{30488 - 10101}{2} \cdot 0.6247 - (-12737) \cdot 0.7808 = 36607 \text{ cm}^4$$

پوهنځی د پیاوړتیا انجینیر محمد معشوق پتیار

## يادونه!

له درنو لوستونكو څخه هيله كوم چې د دې كتاب له رانيولو څخه خپل مالي امكانات ونه سپموي او د علم په زده كړه كې او د هغې د پراختيا لپاره شوم او بخيل نه شي او داسې روحيه ولري چې نور مينه وال د كتاب ليكلو ته وهڅوي چې په ښه توگه، په ښه شوق او ښو مطالبو درلودونكي كتابونه وليكي چې كه خدای (ﷻ) كول د دې ليارې زموږ نړيدلى ملك ښېرازه او درديدلي خلك او ولس آباد او د اميدونو غوټى يې وغوړيږي.

دا چې الله (ﷻ) انسانان دې نړۍ ته د عبادت او د هغې د ځمكې د ابادولو لپاره پېدا كړي دي نو لهذا دا د هر انسان او په خاصه توگه د هر مسلمان او په تيره بيا د هر رښتيني افغان، چې ملك او خلك يې له نورې دنيا څخه زيات وروسته پاتې او كړيدلي دي، فرض دى. نو هيله ده چې خپله همكاري په دې اړه دريځ نه كړي.

په درناوي

انجنير محمد معشوق پتيار

د کور د خپرونو خانګه، خپرني لړۍ: ۲۷



د ننگرهار اسلامي پوهنتون

د انجنیرۍ پوهنځی

## د موادو مقاومت

انجنیر محمد معشوق پتیار

---



## د کتاب لنډه پېژندنه:

د موادو مقاومت	د کتاب نوم
انجنير محمد معشوق پتیار	ليکوال
د ختيځ د بيا رغونې اداره (کور) د خپرونو خانګه	خپرونکی
هاتمام	
ډاکټر محمد فرید بزګر	
تایپ او ډیزاین	د چاپ لګښت
نعمت الله رسولي	
د ختيځ بيا رغونې اداره (کور)	
وری ۱۳۸۰ هجري لمريز/اپريل ۲۰۰۱ع	د خپرېدو کال
۲۷:	د خپرونو لړۍ

© د چاپ ټول حقوق محفوظ دي.

زمود پته: G.P.O. Box 607, Pehawar, Pakistan

E-mail: kor\_bazger@hotmail.com

د ارتباط نورې پټې د کتاب په پای کې وګورئ!





بسم الله الرحمن الرحيم

## مننه

له پخوا نه د کتاب او کتاب لیکلو سره ډیره مینه لرم، خو د اقتصادي ستونزو له امله مې نه شول کولای هغه څه چې مې په سینه او مغزو کې دي ټولنې ته وړاندې کړم، د الله (ﷺ) ډیره ستره مهرباني وه چې ما ته یې د دې توان راکړ چې یوه ډیره کوچنۍ راټولونه د (موادو د مقاومت) په علم کې وکړم او هغه خپلو هېوادوالو او د دې علم مینه والو ته وړاندې کړم په دې اړه د الله (ﷺ) څخه زیات شکر گذار یم.

همدا راز د ختیځ بیا رغونې ادارې (کور) له مشر محترم ډاکټر محمد فرید بزگر، او د کور د خپرونو د څانګې له مسوول ښاغلي نعمت الله رسولي او د کور د خپرونو څانګې له نوروز کارکوونکو هم ډیره مننه ادا کوم چې زما سره یې د دې کتاب په چاپولو او کمپوز کولو کې پوره پوره مرسته او همکاري کړې ده. د خپل هېواد او ژبې سره د دوی مینه او په دې اړه د دوی نه ستړې کېدونکې هڅې د یادولو وړ دي چې دوی په ډېرو لږو مالي امکاناتو تر اوسه په خپله ژبه درنو هېوادوالو ته زیات علمي او تکنیکي کتابونه چاپ کړي دي؛ زه یې قدردانی کوم، او دوی ته د لوی خدای (ﷻ) څخه د لا ډېرو کامیابو دعا کوم (امین).

هیره دی نه وي چې د انجینرۍ پوهنځي محصل محمد شجاع هڅې او منډې د یاد وړ او زه ورڅخه مننه کوم.

په ډیره مینه

پوهنیار دیپلوم انجینر محمد معشوق پتیار

## د خپرونکې يو خو خبرې



ډېر د خوښۍ ځای دی چې د علم له پراخ سمندر څخه د دې کتاب په وسیله د پښتو ژبې وچ کومې ته یو څاڅکی ورسېږي. دا کتاب "د موادو مقاومت" چې ستاسې په لاس کې دی د انجنیرۍ د پوهنځي د زده کوونکو لپاره لیکل شوی، چې بشپړ تکنیکي کتاب دی، زه د کتاب په محتوی نه غږېږم، یوازې د خپرونکي په صفت یو څو ټکو ته اشاره کوم. کتاب کوچنی برېښي خو یوازې تایپ او ډیزاین یې څو میاشتې نیولي دي ځکه چې په کتاب کې ډېر زیات شکلونه او معادلې موجودې وې، چې د هرې معادلې لیکل ساده نه و، او ډېر وخت یې نیوه. د پروف د اصلاح په وخت چې کله به یو عکس، سمبول یا معادله په متن کې ور زیاته یا کمه شوه، نو ټول فایل به د خپل اصلي ځای څخه وخوځېده او هغه سمبولونه کوم چې به په خپلو ځایونو کې وو له خپلو ځایونو څخه به یې تغیر وکړ، او هر څه به گډوډ شول، له دغې وجې اوس هم کېدای شي یوه نیمه صفحه لویه او وړه وي.

ډېره هڅه شوې چې کتاب پرته له غلطیو لوستونکو ته وړاندې شي، هیله ده چې دا کتاب درنو لوستونکو ته په زړه پورې وي او د لوستو په وخت کې له کومې تایپي غلطۍ سره مخ نه شي. په پای کې انجنیر صاحب معشوق او د انجنیرۍ پوهنځي درنو لوستونکو ته د دې کتاب د چاپ مبارکي وایم، او د لوی خدای (ج) څخه هیله کوم چې د دې کتاب محترم لوستونکي د گران او وران افغانستان په بیاوډانولو کې ستره برخه ولرلای شي.

په خورا درنښت

نعمت الله رسولي

د کور د خپرونو څانگې مسوول

# فنيويل

سریز ۵

## لومری خیر کی

۲ فشار

۲ ۱، ۱ پېژندنه

۳ ۱، ۲ د داخلي قوو تحليل

۴ محوري قوه (Axial Force) (Pxx)

۴ تاویدنه (Torque) (Mxx)

۵ (Mxx) او (Mxz) د کوډوالي مومنتونه

۶ ۱، ۳ ساده فشار

۱۰ توضیحي مسائل (Illustrative Problems)

۱۹ ۱، ۴ مماسي تشنجات

۲۱ ۱، ۵ وزن وړونکي (تحميلي) تشنج

۲۴ ۱، ۶ د نازکو دیوالونو لرونکي فشاري لوبښي

۳۰ لنډيز (Summary)

## دوہم خیر کی

۳۱	-----	ساده کششی تشنجات
۳۱	-----	۲، ۱ پیژندنه
۳۱	-----	۲، ۲ د کششی فشار دیاگرام
۳۲	-----	کشش (د شکل بدلون) Strain
۳۳	-----	تناسبي حد (Proportional Limit)
۳۵	-----	د بهېدنې مقاومت (The Yield Strength)
۳۷	-----	کارنده تشنجات او د تحفظ عامل
۳۷	-----	۲، ۳ د هوک قانون
۳۷	-----	مماسي او محوري تغیر شکل
۴۴	-----	۲، ۴ ب، خایه کېدنه (Movment)

۴۵	۲،۵ په محکموال کي محاسبه
۴۹	۲،۶ د پرچې وصيلي محاسبه کول
۴۹	د مجازي تشنجاتو له مخې محاسبه کول
۵۰	د پرچې گانو او بولټونو محاسبه په پريکېدنه کې
۵۱	۲،۷ د ولونگ وصيلو محاسبه کول
۵۲	د غلطکي بخيو محاسبه
۵۵	۲،۸ د پيوسن نسبت (Poissons Ratio)
۵۹	۲،۹ ساتيکي نا ټاکلي اجزاوې
۵۹	د ستاتيکي نا ټاکلي سيستمونو ځانگړتياوې
۶۳	۲،۱۰ د مختلف النوعه موادو څخه متشکل شوو ميلو محاسبه
۶۴	۱۱،۲ د تخريبي بارونو له مخې محاسبه
۷۰	۲،۲۲ حرارتي تشنجات (Thermal Stresses)
۷۶	لنډيز (Summary)

## دريم څپرکي

۷۷	۳- په بيمونو کې عرضي قوې او منتونه
۷۷	۳،۱ پېژندنه (Introduction)
۷۹	۳،۲ عرضي قوې او د کوږ والي مومنتونه
۸۰	د کوږ والي د مومنت پېدا کول
۸۱	۳،۳ د مستقيم بروس کوږ والي، عمده مفهومونه
۸۲	د هموار کوږ والي په هکله د لاندې موضوعاتو څېړنه
۸۴	د عرضي قوو او کوږ والي مومنت د علامو ټاکل
۸۵	۳،۴ د کوږ والي مومنت او ويشلې بار د شدت ترمنځ رابطه
۸۹	د عرضي قوې او مومنت دياگرام
۸۹	۳،۵ د عرضي قوو او کوږ والي مومنتونو د پيورونو جوړول
۹۰	۳،۶ د اپيور جوړولو پرله پسې توب
۹۲	د کوږ والي مومنت اپيور جوړول
۹۸	مسائل
۱۰۱	۳،۶ دا پيور د درستوالي کنترول (Control Diagram)
۱۰۲	۳،۷ ډير وايه لرونکې معين ستاتيکي گاډرونه
۱۰۵	۳،۸ د عمودي قوو او کوږ والي مومنت مفهوم

## خلورم خپر کی

- ۴- د بیمونو تشنجات ----- ۱۰۷  
 ۴،۱ عمده مفهومونه ----- ۱۰۷  
 ۴،۲ د کوږ والي د فورمول اشتقاق ----- ۱۰۷  
 ۴،۲ تخریب (انفجار) مودول (Modulus of Rupture) ----- ۱۱۲  
 ۴،۳ اقتصادي مقطع گاني (Economic Sections) ----- ۱۱۵  
 ۴،۴ د چت چوکاټ بندي (Floor Framing) ----- ۱۲۰  
 ۴،۵ غیر سمتریک گادرونه ----- ۱۲۳  
 د بولټونو یا پرچې گانو په ذریعہ د محکم شوو بیمونو د پرچې گانو -- ۱۲۹

## پنځم خپر کی

- ۵،۱ د جسم بحراني حالت د تیورۍ اجزاي د یو ----- ۱۳۲  
 ۵،۲ په نقطه کې بحراني حالت ----- ۱۳۲  
 ۵،۳ مقطع د پاسه چې په ۲-۲ مقطع باندې عمود ----- ۱۳۵  
 ۵،۳ د دوه محوره کشش او انقباض په وخت کې په مایلو مقطعو کې ----- ۱۳۶  
 ۵،۴ د میخانیکي فشارونو د علامو قواعد ----- ۱۳۷  
 ۵،۵ د عمده میخانیکي فشارونو مفهوم ----- ۱۳۷  
 ۵،۶ د هموارو مقطعو هندسي مشخصات عمده مفهومونه ----- ۱۳۹  
 د سطحي ستاتیک مومنت ----- ۱۴۰

## شپږم خپر کی

- ۶، د انرشیا مومنت (Moment of Inertia) ----- ۱۴۱  
 ۶،۱ د انرشیا مومنت مفاهمات ----- ۱۴۱  
 ۶،۲ علامي او واحداث (Units and Sign) ----- ۱۴۲  
 ۶،۳ د انرشیا قطبي مومنت ----- ۱۴۳  
 ۶،۴ د مقطع د ثقل مرکز ----- ۱۴۴  
 د محاسبې لاسته راغلي قیمتونه (نتیجې) جدول ته نقلوو ----- ۱۴۴  
 ۶،۵ د انرشیا مومنت انتقالي فورمول ----- ۱۴۶  
 د انرشیا مومنتونو ترمنځ (نظر موازي محورونو ته) ارتباط ----- ۱۴۶  
 ۶،۶ د انتگرال په واسطه د انرشيايي مومنتونو پیدا کول ----- ۱۴۷  
 ۶،۷ د ساده شکلونو انرشيايي مومنتونه ----- ۱۴۷  
 د مثلث د انرشيا مومنت ----- ۱۴۹

۱۵۲	۶.۸ د ترکیبی شکلونو د انرشیا مومنتونه
۱۵۳	لومړۍ طریقه
۱۵۳	دویمه طریقه
۱۵۸	۶.۹ د انرشیا محصول (فرار مرکز انرشیا مومنت)
۱۶۰	۶.۹ د فرار مرکز انرشیايي مومنت لپاره د انتقال قضیه
۱۶۴	۶.۱۰ د محورونو د مایلان په صورت کې د انرشیا مومنت
۱۶۷	۶.۱۱ د انرشیا مومنت لپاره د مور قضیه
۱۷۰	۶.۱۲ د انرشیا عمده مومنتونه عمده محورونه
۱۷۳	ضمیمه: د کورني کارونو د اجرا کولو نمونې
۱۷۵	۳. د بروس مطلقه اوږدیدنه "لنډیدنه"
۱۷۶	۴. د محوري ځای بدلون او ټاکنه
۱۸۰	۲. د مقطعی د مساحت او د ثقل مرکز د موقعیت ټاکنه
۱۸۲	د مقطعی د ثقل مرکز د موقعیت ټاکنې کنترول
۱۸۲	(3) د $lx$ , $ly$ او $lxy$ انرشیايزو مومنتونو ټاکنه
۱۸۳	۴. د عمده انرشیايزو مومنتونو او عمده محورونو موقعیت ټاکنه
۱۸۴	کنترول
۱۸۴	۵. د عمده انرشیايزو شعاع گانو ټاکنه
۱۸۴	۶. د محورونو دورانيزو فورمولونو په مرسته د عمده
۱۸۷	مربوطه جدولونه
۲۲۹	ماخذونه

## د خپرونکي په اړه:

۲۳۰	کور او د کور هېلې
۲۳۱	د کور خپاره شوې کتابونه
۲۳۲	چاپ ته تیار او د چاپ لاندې کتابونه او د ارتباط پټې

## د لیکوال په اړه:

۲۳۳	د لیکوال لنډه پېژندنه
-----	-----------------------

بسم الله الرحمن الرحيم

## سريزه

الحمد لله رب العالمين والصلوة والسلام على  
سيدنا و نبينا محمد و على اله و اصحابه اجمعين

ټوله ثناء او صفت خاص الله لره دی چې د دې توان او توفيق يې راکړ چې دغه  
ناخيزه مجموعه د کتاب په شکل خپلو قدرمنو عزيزانو، هيوادوالو او مسلمانو ورونو ته د  
دوی د پوهې د لوړتيا په خاطر په دغه مضمون کې نذرانه کوم.

دا کتاب په ٦ فصلونو او ضميمه چې د کورنۍ کارونو د اجرا نمونې پکې ښودل شوي  
دي د سورت بندي جدولونو څخه متشکل دي. کتاب د تازه چاپ شوو کتابونو او د  
نړۍ د ستاندرد موسسو پواسطه ليکل شوو او تاليف شوو کتابونو څخه ترتيب شوی دی  
پدې کتاب کې زيات کوبښ شوی دی چې ساده او روانه پښتو ژبه په کې پکار شي  
ترڅو د هيوادوالو د لوست او پوهيدو وړ وي. د هري موضوع وروسته يو يا څو  
تشرېحي مثالونه حل شوي دي او همدارنگه د تمرين لپاره پکې ځينې سوالونه هم  
ورکړي شوي دي چې هيله ده د لوستونکو د پام وړ وگرځي. د هر سوال په اخير کې د  
هغه درست حل تر لاسه کېدالی شي. په همدې ترتيب يو شمير سوالونه او مثالونه په  
انچي سيستم هم ورکړل شوي دي چې د ضرورت په وخت ورڅخه د هغو پرزوه جاتو  
لپاره چې په انچي سيستم کې جوړ شوي وي استفاده وکړي.

په دې کتاب کې اوس يوازي ستاتيک مسايل څيړل شوي دي چې په راتلونکي کې  
هيله ده چې د دې په دوام په دويمه برخه کې د ستاتيک نور مهم مسايل او د موادو د  
مقاومت ديناميکي برخه هم وڅيړل شي او خپلو وطنوالو ته به د گټې اخستې لپاره  
تيار او چمتو شوی.

کتاب اصلا د تدريس لپاره اماده شوې دی. خو استفاده کوونکي ورڅخه د خپلو  
روزمړه چارو او مسايلو د حل لپاره پوره پوره گټه اخستلی شي.

زه په دې هڅه کې يم چې دا کتاب په راتلونکي کې حجيم او زيات مطالب ولري په  
خاصه توگه سيول انجنيرۍ کې او په برخيزه توگه ميخانيک انجنيرۍ کې؛ نو د گرانو  
لوستونکو څخه دا هيله لرم چې خپل وړانديزونه او د کتاب نيمگړتياوې راته په گوته  
کړي تر څو په راتلونکي کې اصلاح او په نورو کې متوجه اوسم او يوه د پام وړ او  
گټوره ټولگه وطنوالو ته وړاندې او جوړه کړی شم.

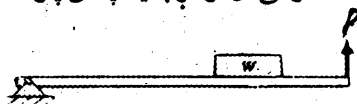
# لومړۍ خپرکی

## Simple Stress فشار

پېژندنه (Introduction)

ستاتیک، دینامیک او د موادو مقاومت د انجینیرۍ میخانیک درې بنسټیزې برخې جوړوي ستاتیک او دینامیک پر لومړي سر کې د قوو د خارجې تاثیراتو او اغیزو چې په یو سخت جسم باندې یې لري مطالعه کاوه او دا هغه اجسام دي د کوم په نتیجه کې چې ممکن تغیر شکل په پام کې ونه نیول شي یعنې داسې فرض کېږي چې جسم تغیر شکل نه کوي خو برعکس د موادو مقاومت په جسم باندې هم د خارجي قوو او په جسم کې دننه قوو د اغیزو ترمنځ اړیکې مطالعه کوي او جسم د شکل د تغیر قابل ګڼل کېږي او داسې تلاش او هڅه کېږي چې د امکان په صورت د شکل تغیر ډیرلږ وي.

په میخانیکي طرحو کې یو انجنیر باید هم اندازې او هم د موادو خواص په پام کې ولري چې د موادو مقاومت او سختۍ ضامن وي چې نه باید ماشین یا جوړښت بارشوي برخه یا ماته او یا د شکل تغییر وکړي د میخانیکي سخت جسم او موادو مقاومت تر مینځ توپیر دلاندې مثال په پام کې نیولو سره څرګندیدای شي. په Fig 1:1 کې په ستاتیک کې د میلی لپاره دا یوه ساده مسئله ده هغه قوه معلومه کړل شي چې خارجې بار  $W$  په مقابل کې مقابله وکړي یا تکیه ځای شي (یعنې عکس العمل معلومول) نسبت اتکاء (Pinsupport) ته د مومنتونو ټولګه د  $(p)$  قوه معلوموي چې دغه ستاتیکي حل د بار لپاره هم د سختوالي او مقاومت ضامین دی خو د موادو په مقاومت کې نوموړې حل نور هم انکشاف مومي او مونږ باید پدې پوه شو چې میله بدون د بار ایښودلو څخه باید د ماتیدو او کریدو وړ



Eig;1,1

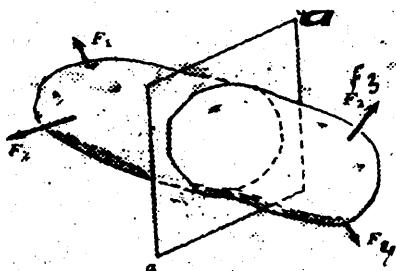
Bar must neither break nor bend excessively



## د داخلي قوو تحليل 1.2

### (Analysis of internal Forces)

په يوه جسم باندې لکه چې Fig 1.2 کې ليدل کېږي څو قوې اغيزې کوي په پام کې نيسو مونږ په ستاتيک کې د واردو شوو قوو له امله راپيدا شوي محصله قوه (د قوو مجموعه) يومعلوم ځای کې پيدا کوو او يا فرضوو چې جسم په تعادل کې ندي. که چيرې محصله قوه دصفر سره برابره شې نو د دې لپاره مونږ د ستاتيک تعادلي معادله لرو چې په عمومي توگه په

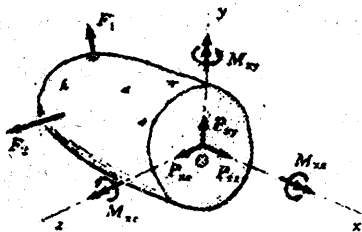


**Figure.1.2** Exploratory

Section a: a through Loaded member

حالتونه د ديناميک په برخه کې خپل کېږي.

موږ د موادو په مقاومت کې د داخلي قوو د ویشې د تکميل يوه ازموینه کولای شو او دا د a-a قطع له لارې او



**Figure 1.3.** Components of Internal effects on exploratory section a-a.

داخلي قوو له ليارې چې پر جسم باندې اغېزه کوي صورت نيسي دلته د دې اړتيا پېښېږي چې د دواړو برخو (Segment) لپاره تعادلي معادلې وليکو په عمومي توگه داخلي قوې يوې قوې يا يوې جوړې قوې ته راکمېږي. چې د په (Figure 1.3) کې ليدل کېږي په نورمالي او مماسي مرکبو باندې تجزيه کېږي.

د وضعیه کمیتونو (Oxes of Reference) مبدا همیشه مرکز نیول کیږي چې د مقطعي (Section) لپاره د وضعیه نقطې کیلي ده. چې تر اوسه پورې موږ دې ته تیار نه یو چې وښایو چې دا ولې داسې ده ممکن په راتلونکې کې موږ دا جوته کړو. دنورمالې قوو لپاره ښکاره کوو چې که چېرې د  $X$  محور مقطع (Section) ته عمود واقع وي. نو مقطع (سکشن) د  $X$  محیط یا د  $X$  د سطحې په حیث پېژندل کیږي. په 1.3 شکل کې دواړه هم مقطع معلومه ده او هم د قوې یا د مومنټ د مرکبې (Component) جهت معلوم دی لومړی توضیح په سطحه باندې د کمپاننټ (مرکبې) اغیزه څرګندوي او دویمه توضیح د خاصو مرکبو جهت په گوته کوي ځکه نو  $P_{xy}$  هغه قوه ده چې د  $X$  په سطحه د  $Y$  په جهت باندې عمل کوي. د وارد شوو بارونو هره مرکبه په جزونو باندې بیلابیله اغیزه کوي او یو خاص نوم یې گټلی دی چې په لاندې ډول تشریح کیږي.

### (Pxx) - محوري قوه (Axial Force):

دا مرکبه چې په مقطع باندې عمودي اغیزه کوي کشش یا فشار اندازه کوي. کشش د کششي قوې څخه نماینده گي کوي، د جز (برخې) د اوږدېدنې سبب کیږي خو برعکس تیله کول (Push) د فشاري قوې څخه نماینده گي کوي. د میلې یا (برخې) د لنډیدنې باعث کیږي او قطري یې زیاتوي او دغه قوه زیاتره د  $P$  په توري سره ښودل کیږي.

(Pxy) او (Pxz) عرضي قوې (Shear Forces): د عرضي قوې محصله معمولاً په  $V$  سره ښودل کیږي او مرکبې یې په  $V_y$  او  $V_z$  سره د هغې د جهت د معلومولو لپاره ښودل کیږي.

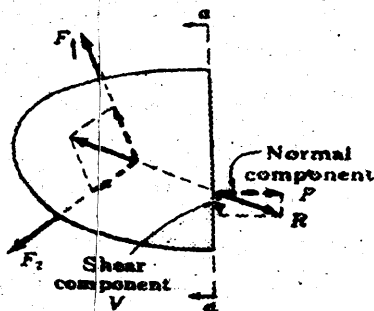
### (Mxx): تاویدنه (Torque):

دا مرکبه د جز (برخې) د تاویدنې په مقابل کې مقاومت اندازه کوي او معمولاً د  $T$  په توري سره ښودل کیږي.

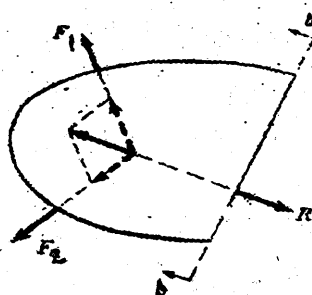
# (Mxy) او (Mxz) د کوږوالي مومنتونه

## (Bending moments)

د کوږوالي مومنتونه دی دا مرکبې د برخې مقاومت د کوږوالي په مقابل کې نسبت Y او Z محور ته اندازه کوي او زیاتره وخت په My او یا Mz سره ښودل کیږي. د تیر بیان څخه دا راڅرګندیږي چې د ورکړل شوو بارونو (قوو) داخلي اغېزه د مقطع د حالت او انتخاب پورې اړه لري. په خاصه توګه په هغه صورت کې کله چې بار په یوه سطحه باندې عمل کوي چې ورته د xy مستوی ویل کیږي چې زیاتره (6) مرکبې لری لکه چې په 1-3 شکل کې ښودل شوې دی او 3 مرکبته راکمپږي چې د محوری قوې Pxx یا (P) په نوم عرضی قوی Shear Force (Pxy) یا V او کوږوالی مومنت Mxz یا M (Bending Moment) پنوم یادیږي وروسته بیا نو لکه چې په 1.4a شکل کې یې کورئ دغه مرکبې د واحدی محصلی (R) سره معادل ښودل کیږي.



(a) Normal and shear components on arbitrary Section a - a



(b) When Exploratory Section b-b is perpendicular to resultant R of Applied loads only Normal forces are produced

(Figure -1- 4)

زیات انحراف یا تفاوت هغه وخت پېښیدای شي چې کله دڅیړنې لاندی مقطع (Section) متفاوت پنظر راغلي وی لکه په Fig-1.4b کې b-b سکشن چیرته چې مقطع د R محصلی ته عمودی پرته ده دعرضی قوې اغېزه په سکشن باندی ممکن صفر ته راکمه شي اود کشش اعظمی قیمت

خاڼته اختيار کړی. دموادو د مقاومت د علم د زده کړې هدف دا دی چې باید باوري شو چې جوړښت د داخلي اعظمي اغيزو په مقابل کې محفوظ دی چې دغه اعظمي داخلي اغيزي ممکن د ځينو بارونو د يووالي ( شرکت ) په صورت کې راپيدا کيدونکي وي مونږ شايد زده کړو څرنگه چې داهميشه ممکنه نده چې يوه داسی مقطع وټاکل شي چې محصلی قوي ( د بارونو محصلی ) ته عمود وي د دی په ځای مونږ کولی شو چې دهغو اغيزو د تاثير له تحليل څخه پيل وکړو چې په مقطع باندې يې لري لکه په  $a-a$  مقطع باندې په Fig 1- 4a او Fig. 1.2 کې. او بيا دا زده کړو چې څرنگه دغه اغيزې سره يو ځای (گډې) کړو د دې لپاره چې داخلي اعظمي تاثيرات حاصل کړي لکه هغه چې د b-b په سکشن باندې په Fig 1- 4 b کې دی چې د موضوع په مرکب فشار (Combined stress) کې څيرل کيږي.

### فشار 1:3 Simple stress

يوه لويه ستونزه ( Problems ) چې يو انجينير ورسره مخامخ کيږي دځانگړو ( مخصوصو ) موادو ټاکل او دهغی تناسب دی چې ديو جوړښت ياماشين غير قابليت او اغيزناکي گټی سره توافق وکړي د دی مقصد لپاره دا ضروري ده چې دموادو مقاومت او سختوالي ( په اسانۍ سره کوږ او مات نشي ) او نور خواص معلوم کړي شي د عامو فلزاتو دمنځني خواصو جدول په B ضميمه B 1 جدول کې ورکړل شوی دی.

فرضوو چې دوه ميلي چې مساوي اوږدوالی او مختلف مواد لري ديوي گډې تکیه څخه لکه چې په شکل Fig 1. 5 کې ليدل کيږي په پام کې نيسو او مونږ يوازی دومره پوهيږو چې يو ميلي 500 N او بلی 5000 N محوري اعظمي بارونه نيولی دی مونږ نشوویلی چې کوم مواد مذبوط او کلک دی طبعا " هغه ميله چې 5000 N باريې نيولی دی لويترين وزن او بار دی خو مونږ نشو کولی بي له گډو قاعدو د مقايسه کولو څخه مقاومتونه مقايسه کړو پدې مثال کې د عرضي مقطع مساحت ته ضرورت دی ځکه نو د راتلونکي لپاره مونږ د (1) ميلي لپاره مشخصوو چې عرضی مقطع مساحت  $10 \text{ m}^2$  دی او د (2) ميلي عرضی مقطع مساحت  $1000 \text{ mm}^2$

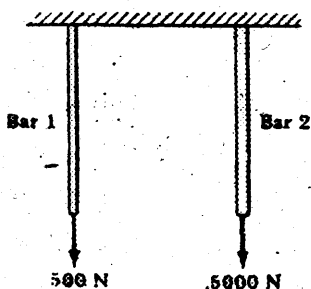
دی اوس نو دا ډیره ساده ده چې دمساحت په في واحد کې د بارید راکمولو په ذریعه دهغوی مقاومتونه یو دبل سره مقاسه کړو.  
دلته باید په یادولو چې د (1) میلی دمقاومت واحد عبارت دی له:

$$\sigma_1 = \frac{N}{A} = \frac{500N}{10mm^2} = \frac{500N}{10 \times 10^{-6} m^2} = 50 \times 10^6 \frac{N}{m^2}$$

$\sigma_1 = 50 \text{ Mpa}$  یا  $(50 \times 10^6 \text{ pa})$

او د دوهمی میلی مقاومت واحد:

$$\sigma_2 = \frac{N}{A} = \frac{N_2}{A_2} = \frac{5000N}{1000mm^2} = \frac{5000N}{1000 \times 10^{-6} m^2} = 5 \times 10^6 \text{ N/M}^2$$



په نتیجه کې د  $\sigma_1$  او  $\sigma_2$  د مقایسې څخه څرگندېږي، چې د (1) میلی مواد د (2) میلی له موادو څخه ۱۰ ځلې مضبوط او کلک دي. د مقاومت واحد په موادو کې معمولاً په فشار (تشنج) سره ښودل کېږي، تشنج په سمبولیک ډول

$$\sigma = \frac{N}{A}$$

**Figure 1-5** Bars supporting maximum loads

داسې ښودل کېږي. دلته  $\sigma$  - یو یوناني توری

دی چې سیگما ورته وایې چې واحد یې قوه د مساحت په في واحد کې دی.

(P) - وارد شوي بار (قوه) ده او A د عرضي مقطع (crossdional area) مساحت دي.

باید په یاد ولرو چې په کشش او یا فشار کې اعظمي تشنجات هغه وخت رامینځته کېږي کله چې عرضي مقطع بار یا قوې ته عمود واقع وي لکه په Fig 1- 4b کې عرضي تشنجات (مماسي تشنجات) (shearing stress) په راتلونکي مبحث کې څېړل شوي دي.

د 1-1 مساوات څخه لیدل کېږي چې د تشنجاتو واحد د قوې او مساحت د واحدونو ترمنځ نسبت دی په نړیوال یا بین المللي سیستم

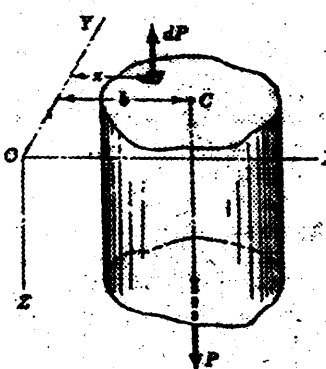
(International System) کې قوه په N او مساحت په  $m^2$  متر مربع سره اندازه کېږي ځکه د تشنجاتو واحد ( $N/m^2$ ) او نیوتن پر متر مربع د یو پاسکال (Pa) سره برابر دي.

او د N سره د M توري د میگا معنی ورکوي او په SI سیستم کې  $10^6$  سره برابر ښودل کېږي او په ورکړل شوي مثال کې د (1) ميلي لپاره تشنج  $50 MN/m^2$  يا  $50 MPa$  او 2 ميلي لپاره  $5 MN/m^2$  يا  $5 MPa$  دي.

باید په یاد ولرو چې قوه پر مساحت همیشة د عرضي مقطع د مساحت په ټولو نقطو کې تشنج نه ورکوي دا معمولاً منځنی تشنج اندازه کوي تشنج عبارت دی له: د بار (قوی) مشتق تقسیم پر د مساحت پر مشتق باندې یعنی:

$$\sigma = dp/dA \quad (1-1a)$$

گورو چې په کوم حالت کې د عرضي مقطع په ټولو نقطو کې تشنجات پیدا کېږي په هغه حالت کې چې تشنج ثابت او یا یونیفارم پېژندل شوی دی



**Figure 1-6** for uniform stress. P must pass through the Centroid C.

ساده تشنج دی اوس وښایو چې د یو یونیفارم تشنج ویش یوازې زیاتیدای شي که چېرې د وارد شوو بارونو محصله د عرضي مقطع له مرکز څخه تیره شي.

فرضو چې په Fig. 1.5 کې د یوې ميلي لاندينې نیمه برخه د قطعي سطحې په واسطه عایق کېږي وروسته

له دې لکه څنګه چې په Fig. 1.6

کې لیدل کېږي د قطع شوې سطحې له پاسه باید مقاومت قوي د وارد

شوي بار (قوی) P لپاره بلانس وي دې ته ورته د مقاومت قوه dP ده. د قوی او مومنټ مساوات په نظر کې نیسو او لرو چې:

$$\sum F_z = 0]: P = \int dP = \int \sigma dA$$

$$[\sum M_y = 0]: P b = \int x dp = \int x (\sigma dA)$$

که چېرې موږ مشخص کړو چې د تشنج ویش په قطع شوې برخه کې ثابت دی نو د  $\sigma$  توری باید د انتگرال د علامې (نښې) څخه د باندې لکه چې په راتلونکي مساوات کې ذکر کېږي ولیکل شي یعنې

$$P = \sigma \int dA = \sigma \cdot A$$

ځکه نو  $Pb = (\sigma A) b = \sigma \int x dA$  اوس د افادې څخه گډ فکتور (عامل)  $\sigma$

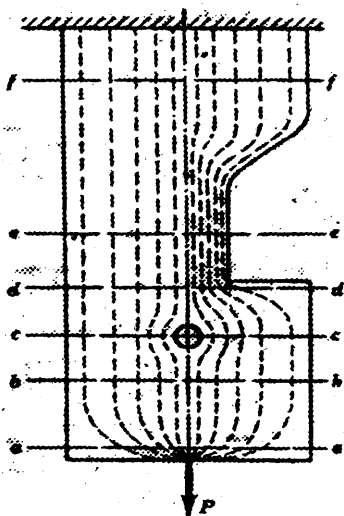
$$b = \frac{\int x dA}{A} = \bar{x}$$

او باسو او لرو چې

له کومه ځایه چې دا کور دینات د C نقطې څخه د مقطع د مرکز د کور دیناتو په حیث پیژندل شوي دي. نسبت X محور ته دموټونو د مجموعې د نیولو له لارې مونږ په اسانۍ سره ښودلې شو چې Y د C نقطې کور دینات

مشخصوي یا معلوموي د دې نقطې په پام کې نیولو سره چې یو یونیفارم ویشل شوی تشنج یوازې هغه وخت لاسته راځي چې د وارد شوو بارونو مجموعه (محصله) د سطحې د مرکز (Center of Surface) له لیاري تیر شي.

دا د دې منعې نه ورکوي چې په ځای د دې چې مقطع د مرکزیت له لارې د بار ځای په ځای کول همیشه دیو مساوي ویشلي تشنج uniform



**Figure 1-7** Exception to Uniform stress distributoin Occur at section a - a, c-c d- d and c-c

Slress distribution نتیجه ده د نموني په ډول Fig 1-7 د ثابت پندوالی لرونکي Flat bar پروفیل profile ونښ چې د p بار دمیلې

د مرکزي برخې (کرنې) یعنی Center line له لاري اغيزه کوي په b-b او f-f سکشن کې ويشلي تشنج Stress distribution يونيفارم دي خو په نورو مقطع گانو کې تشنج يونيفارم ندی.

## توضیحي مسائل (Illustrative problems)

۱.۱ لکه چې په شکل Fig 1-8a کې ښودل شویده یوه المونیمي میله د دوی پولادي او یوې برونزي توتو ترمنځ سخته محکمه شویده محوري بارونه په هغو نقطو باندې چې ښودل شوي عمل کوي په هره مقطع کې تشنجات پیدا کړی. (په رسم کې اندازې په نیوټن، متر او متر مربع دي)

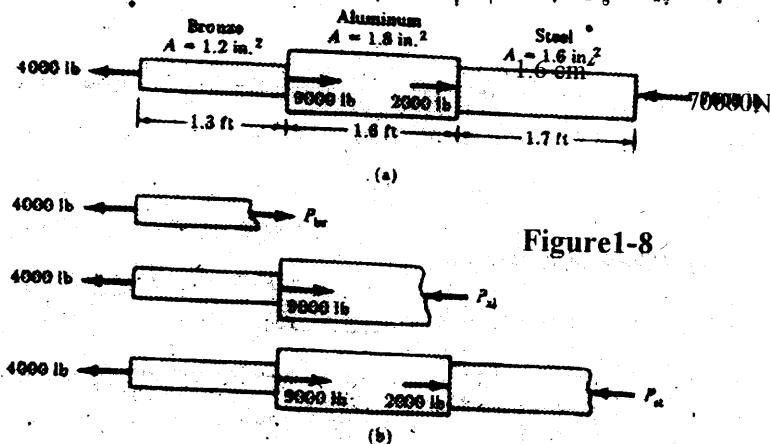


Figure 1-8

**Solution** حل: د دې لپاره چې په مېلو کې تشنجات محاسبه کړو اول په هره مقطع کې را پیدا کېدونکې محوري قوې پیدا کوو د نو موږې میلې لپاره په Fig- 1:8 کې د هغې د ازاد جسم دیاگرام (Free body diagram = FBD) جوړ شوي دي له کومه ځايه چې موږ (P<sub>br</sub> = 40000N (Tension) یا کشش، (P<sub>al</sub> = 50000N (compression) فشار او 70000N (Compression) فشار په میله کې پیدا کوو په تصوري ډول د هرې برخې FBD بیلایل جوړ شوي دي او رسم شوي دي د دې لپاره چې د محوري قوو په پیدا کولو ښه پوه شو را کړل شوي میله په اختیاري ډول قطع (پری) کول دکنې خوا څخه پیل کوو پاتې ښي برخه یې غورځوو او چپه برخه یې بیا سموو لکه چې په شکل کې یې گورئ د X په محور باندې د قوو مرتسمونه



رسمو او محوري مجهولي قوې چې د خارجي قوې اغيزې له امله په ميله کې پيدا کېږي پيدا کوو:

$$[\Sigma p_{ix}] - 40000N + P_{br} = 0 \Rightarrow P_{br} = 40000N \text{ (tension)} \dots\dots\dots (1)$$

$$-40000N + 90000N + P_{al} = 0 \Rightarrow P_{al} = -50000N \text{ (compression)} \dots\dots\dots (2)$$

$$-40000N + 90000N + 20000N + P_{st} = 0 \Rightarrow P_{st} = -70000N \text{ (compression)} \dots\dots\dots (3)$$

اوس د هرسکشن (مقطع) لپاره تشنجات محاسبه کوو.

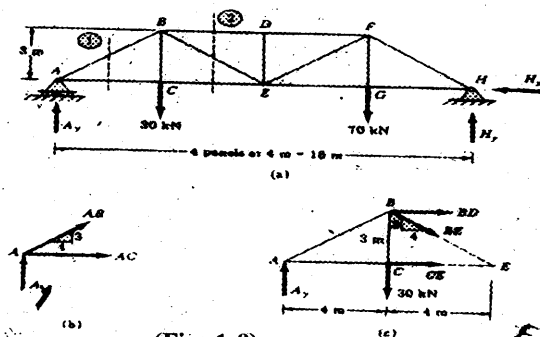
$$[\sigma = \frac{p}{A}]; \sigma_{br} = \frac{p_{br}}{A_{br}} = \frac{40000}{9cm^2} = \frac{40000N}{9 \times 10^{-4} m^2} = 44.4Mpa \dots\dots\dots (1)$$

$$\sigma_l = \frac{P_{al}}{A_{al}} = \frac{-50000N}{20cm^2} = \frac{-50000N}{20 \cdot 10^{-4} m^2} = -25Mpa \dots\dots\dots (2)$$

$$\sigma_t = \frac{p_{st}}{A_{st}} = \frac{-70000}{16cm^2} = \frac{-70000N}{16 \times 10^{-4} m^2} = -43.75Mpa \dots\dots\dots (3)$$

د سوال دحل څخه جوته شوه چې نه د ميلې اوږدوالي اونه د ميلې مواد د تشنجاتو په محاسبه کولو کې کوم رول لوبوي او دبېلې خوا د تشنجاتو په فورمول کې دغه يوفکتور هم شامل ندي او يوازي قوه (بار) او مقطع Cross (Sectional area = CSA) شامله ده که چيرې مقطع ثابت وي نو د بار په زياتوالي سره تشنجات زياتېږي او برعکس کمېږي او که چيرې قوه ثابت وي نو تشنجات بيا د مقطع د قيمت پورې اړه لري.

دويمه پوښتنه:- په سخت محکم شوي فریم (Frame) کې د AC او BD ضلعو



لپاره تشنجات معلوم کړي که چيرې دهرې ضلعي د عرضي مقطع مساحت (CSA)  $900mm^2$  وي.

Solution حل

د سخت محکم

شوي فریم (Frame) د لومړي تحليل لپاره لاندې درې اټکلونه په پام کې نيول کېږي:

۱. د اعضاو (ضلعو) شخصي وزن په نظر کې نه نيول کېږي.

۲. ټول مفصلونه (وصلبي) هموار پټونه (Smooth Pins) دي.

۳. ټول خارجي بارونه مستقيماً په پټونو (Pins) باندې اغيزه کوي.

پورته دري اټکلونه پکار اچوو سخت محکم شوي فریم کيدای شي په دوه قوه ايزاجزاو (اعضاو) تجزيه شي (داخلي) قوو سیستم دهرې ضلعي پواسطه چې انتقاليږي يوازي يوه قوه (کشش یا فشار) چې دضلعي په اوږدو عمل کوي کموي دټول فریم FBD په Fig 1.9a کې ښودل شويده ددې FBD لپاره يو معادل تحليل په لاندې کمیتونو کې د خارجي عکس العملونو لپاره نتيجه ورکوي.

$$H_x = 0 \text{ and } H_y = 60\text{KN}, A_y = 40\text{KN}.$$

نوټ: پورته قيمتونه د (A) او (H) مفصلونو ته د مو منتونو د مجموعي دلاري پيدا کيږي ددې لپاره چې د (AC) په ضلعه کې قوه پيدا کړو مونږ ديوې (اختياري قطع) (پريکونې) پلان اجرا کوو چې د (A) مفصل دنورې برخې څخه بيلوي.

(Fig. 1.9a, section) د A مفصل FBD په Fig 1.9b کې ښودل شويده چې دلته AB او AC د AB او AC په اضلاعو کې د قوو څخه نمايندگي کوي.

فرض شويده چې دواړه ضلعي په کشش (Tension) کې کار کوي د 1.9b Fig تحليلوو اولروچي:

$$[\Sigma F_y = 0] \uparrow + A_y + \frac{3}{5} AB = 0.$$

$$AB = -\frac{5}{3} A_y = -\frac{5}{3} \cdot 40 = -66.7\text{KN} \dots \text{ans.}$$

$$[\Sigma F_x = 0] \rightarrow + A_c + \frac{4}{5} AB = 0 \Rightarrow A_c = -\frac{4}{5} AB = -\frac{4}{5} \cdot (-66.7)$$

$$A_c = 53.4\text{KN} \dots \text{ans}$$

-66.7 منفي علامه راښيي چې AB ضلع په فشار کې کار کوي او د AC ضلعه په کشش کې چې مثبت (+ 53.4 KN) قيمت لري.

د دې لپاره چې د BD په ضلعه کې قوه پيدا کړو د يوې اختياري پرې شوي مقطع پلان جوړوو چې د BD په عضوه (ضلعه) کې د قوې څخه بحث کوي.

Fig 1-9c په 1.9a section 2 کې د محکم شوي برخې (۲) د چپ اړخ FBD ښودل شویده. (د ۲ سکشن ښی برخه هم کېدای شي استعمال شي). د BE, BD او LE په ضلعو کې قوې کششي فرض شوې دي د دې لپاره چې د BD قوه پیدا کړو موږ نسبت انټرسکشن E نقطې ته د مومنتونو د

$$[\Sigma M_E = 0], \oplus -A_y(8) + 30 \times 4 - BD(3) = 0 \quad \text{مجموعې نیولوله}$$

$$3BD = -8A_y + 120 = -8(40) + 120 = -200 \quad \text{لارې د CE او BE}$$

$$BD = -\frac{200}{3} = -66.7 \text{ KNans.} \quad \text{قوې را و باسو او}$$

لیکو چې:

ځکه نو د BD په ضلعو کې قوه  $66.7 \text{ KN}$  ده او فشار کې کار کوي د AC او BD په ضلعو کې تشنجات عبارت دي له:

$$[\sigma = \frac{p}{A}], \sigma_{AC} = \frac{53.4 \text{ KN}}{900 \text{ mm}^2} = \frac{53.4 \times 10^3 \text{ N}}{900 \times 10^{-6} \text{ m}^2} = 59.3 \times 10^6 \text{ N/m}^2$$

$$= 59.3 \text{ Mpa. (tension) ans.}$$

$$\sigma_{BD} = \frac{66.7 \text{ KN}}{900 \text{ mm}^2} = \frac{66.7 \times 10^3 \text{ N}}{900 \times 10^{-6} \text{ m}^2} = 47.1 \times 10^6 \text{ N/m}^2$$

$$\sigma_{BD} = 47.1 \text{ Mpa (compression) ans}$$

۳ - پوښتنه: یو بلاک چې W وزن لري په 10 Fig کې ښودل

شوې دي د A په نقطه کې د محور څخه خورند دی د AB او AC میلې د C او B په نقطو کې د اتکا پورې نښتی دی. د AB مساحت  $800 \text{ mm}^2$  او AC مساحت  $460 \text{ mm}^2$  دی د میلې وزن په پام کې نه نیول کېږي د W خالص وزن پیدا کړئ که چېرې د AB په میلې کې تشنجات تر  $110 \text{ Mpa}$  څخه تجاوز ونکړي او د AC په ضلع کې تر  $120 \text{ Mpa}$  څخه.

حل (Solution):

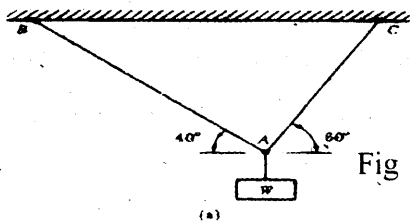
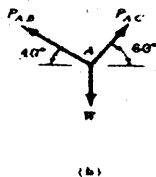


Fig 1-10



په Pin سره محکم شوې میلې AB او AC دوه قوه یزې اضلاع دي. ځکه نو د داخلي قوو سیستم په هر میلۀ کې یوه واحده قوه ده چې د میلې د خط په اوږدو اغېزه کوي.

د A مفصل FBD تحلیلوو Fig 1- 10 b وگورئ لرو چې:

$$[\Sigma F_x = 0] \rightarrow +p_{Ac} \cdot X \cdot \cos 60^\circ - p_{AB} \cdot \cos 40^\circ = 0$$

$$[\Sigma F_y = 0] \uparrow +p_{Ac} \cdot \sin 60^\circ + p_{AB} \cdot \sin 40^\circ - W = 0$$

د پورته مساواتونو د گډ حل په نتیجه کې لرو چې:

$P_{AC} = 0,778W$  او  $P_{AB} = 0,508W$  د W قیمت چې په هره میلۀ کې تشنجات را پیدا کولې شي په لاندې ډول پیدا کېږي. د A B ضلعې لپاره

$$[p = \sigma \cdot A]: 0,508W = (110 \times 10^6 \text{ N/m}^2)(800 \times 10^{-6} \text{ m}^2)$$

$$W = 173 \times 10^3 \text{ N} = 173 \text{ KN.ans.}$$

$$[p = \sigma \cdot A]: 0,778W = (120 \times 10^6 \text{ N/m}^2)(400 \times 10^{-6} \text{ m}^2)$$

د AC ضلعې لپاره

$$[p = \sigma A]: 0,778W = (120 \times 10^6 \text{ N/m}^2)(400 \times 10^{-6} \text{ m}^2)$$

$$W = 61,7 \times 10^3 \text{ N} = 61,7 \text{ KNans}$$

د W اعظمي قیمت د W له دوه کمترینو قیمتونو څخه یو قیمت دی چې پورته ښودل شوې دی یعنې ans  $W = 61,7 \text{ KN}$  ځواب دی.

د AC په ضلعۀ کې د تشنجاتو سره یو محدود حالت موجود دی. د W قیمت 173 KN باید انتقال شي ځکه چې په AC کې تشنجات د خپل حدي قیمت 120 Mpa څخه زیاتیدای شي د  $W = 173 \text{ KN}$  لپاره.

۴ - پوښتنه:

یوه پولادي استوانه یي تیوب چې داخلي قطر یې 100mm او 400KN کششي قوه زغمي د تیوب خارجي قطر معلوم کړئ که چېرې مجازي تشنجاتو حدي قیمت  $120 \text{ MN/m}^2$  وي.

حل (Solution): د تشنجاتو د فورمول څخه استفاده کوو او لرو

$$[p = \sigma A]; p = \sigma \cdot \frac{D^2 - d^2}{4} \pi \Rightarrow$$

$$\frac{4p}{\pi \sigma} = D^2 - d^2 \Rightarrow D^2 = \frac{4p}{\pi \sigma} + d^2$$

۵- پوښتنه:

$$D^2 = \frac{4 \cdot 400 \cdot 10^3}{3,14 \cdot 120 \cdot 10^6 \text{ N/m}^2} + 100^2 \Rightarrow 119 \text{ m}$$

یوه متجانسه میله

AB چې 800Kg وزن لري په دوامو کي لکه چې

$$D^2 = \frac{4 \cdot 400 \cdot 10^3 \cdot 10^6}{3,14 \cdot 120 \cdot 10^6 \text{ N/mm}^2} + 10^4 \text{ mm}^2$$

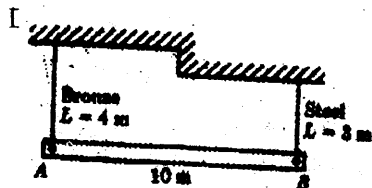


Fig 1:11

په شکل کي لیدل کېږي Fig 1-11 محکم شوې ده د هر کبیل کم ترینه مساحت پیدا کړئ که چېرې مجازي

تشنجات د برونز لپاره له

90 Mpa څخه او د پولادو د 120Mpa څخه تجاوز

ونکړي.

$$pA = pB = \frac{800 \times 5}{10} = 400 \text{ Kg}$$

$$pA = pB = 400 \times 9,81 = 3924 \text{ N}$$

$$[\sigma = p/A], AB = \frac{p}{\sigma}$$

$$A_{br} = \frac{3924}{90} = 43,6 \text{ mm}^2 \text{ ans}$$

$$A_{st} = \frac{p_a}{\sigma_{st}} = \frac{3924}{120} = 32,7 \text{ mm}^2 \text{ ans}$$

حل (Solution):

نسبت یوې اتکا ته د مومنت د نیولو له لپارې په اتکاگانو کې یا مفصلونو کې عکس العملونه پیدا کوو یعنې

اوس د تشنجاتو د فورمول څخه گټه اخلو او لرو چې:

۶- پوښتنه:

یوه متجانسه میله لکه چې په شکل Fig 1-12 کې لیدل کېږي د یو هموار



Fig 1:12

پن Pin په واسطه د C په نقطه کې چې د څخه تر B نقطې پورې حرکت کوي د کبیل په واسطه محکم شوې ده په کبیل کې تشنجات معلوم کړي که چېرې د

کبیل قطر 6Cm او د میلی وزن 600KN وي

## ۷ - پوښتنه:

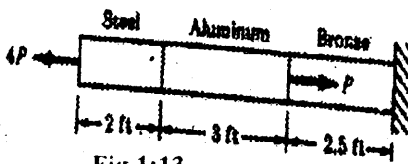


Fig 1:13

یوه المونیمي میله د پولادي او برونزي میلو تر منځ سخته محکم شوې ده Fig-1-13

محوري قوې په ښودل شوو موقعیتونو کې عمل کوي که چېرې  $P=3000\text{N}$  او د میلی عرضي مقطع مساحت  $5\text{cm}$  وي په هر یو سکشن کې تشنجات پیدا کړئ.

حل (Solution):

د قطع (سکشن) مېتود په واسطه محوري امتدادي قوې پیدا کوو یعنې  $P_{al} = P_{st} = 4P$  او  $P_{br} = 4P - P = 3P$  اوس د شنجاتو د فورمول څخه ګټه اخلو او لرو چې:

## ۸ - پوښتنه:

$$\sigma_{st} = \sigma_{Al} = \frac{43000}{500} = 24\text{N/mm}^2$$

$$\sigma_{br} = \frac{9000}{500} = 18\text{N/mm}^2$$

لکه چې په شکل Fig 1:14 کې یې ګوري یوه المونیمي میله د برونزي او پولادي میلو تر منځ سخته نښتې ده محوري بارونه په

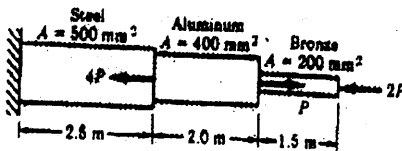


Fig 1:14

ښودل شوو موقعیتونو کې عمل کوي اعظمي قوه پیدا کړئ که چېرې پولادي میلی تشنجات د  $120\text{Mpa}$  المونیم  $90\text{Mpa}$  او برونز  $100\text{Mpa}$  څخه تجاوز ونه کړي.

Ans  $[p = 100\text{KN}]$

## ۹ - پوښتنه:

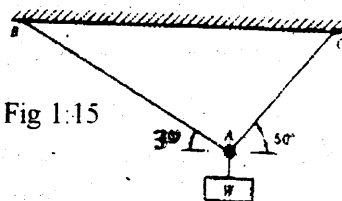


Fig 1:15

لکه چې په شکل Fig 1-15 کې یې ګوري د دوه پرو په واسطه

Ans  $w = 17.1\text{N}$

محکم شوي لرونه لوی (اعظمي) وزن

معلوم کړئ که چیرې په دواړو پرو کې تشنجات له  $30\text{N/mm}^2$  څخه تجاوز ونکړي د AB او AC پرو د عرضي مقطع مساحت په ترتیب سره  $4\text{cm}^2$  او  $5\text{cm}^2$  دي.

### ۱۰ پوښتنه:

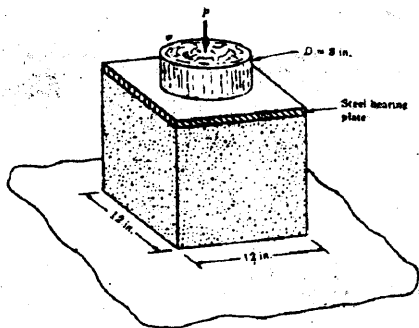


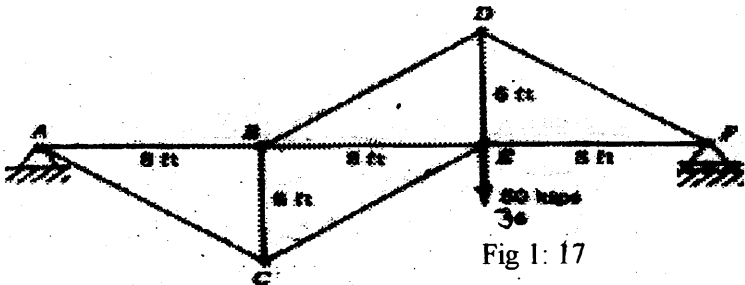
Fig 1:16

یو  $12\text{cm}^2$  پولادي پیرنگ پلیټ  
8cm د (Steel bearing Plate)  
قطر لرونکې لرګي او کانګریټ  
تر منځ لکه چې په شکل کې  
لیدل کېږي ځای پر ځای شوي  
دي د P قوې اعظمي قیمت  
معلوم کړئ که چیرې تشنجات

په لرګي کې  $1800\text{N/mm}^2$  او کانګریټ کې  $650\text{N/mm}^2$  څخه تجاوز ونکړي.

### ۱۱ - پوښتنه:

د ورکړل شوې سخت محکم شوې فریم (چوکاټ) د CE، DE او DF ضلعو کې تشنجات پیدا کړئ که چیرې د هرې ضلعې د عرض مقطع مساحت  $A=18\text{cm}^2$  وي کشش په Tension او فشار په C (Compression) په نښه کړئ یا ونښایست.



$$\underline{\text{Ans.}} \sigma_{CE} = 9260 \text{ N/mm}^2 \text{ (T)}$$



۱۳- پوښتنه:

د BD, BC او CF ضلعو کې تشنجات پیدا کړئ که چېرې د هرې ضلعې د عرضي مقطع مساحت  $1500\text{mm}^2$  وي کشش او فشار هم په نښه کړئ.

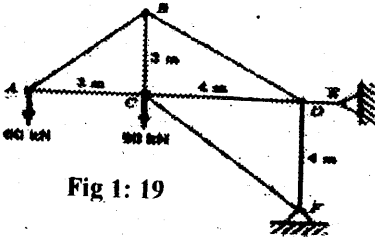


Fig 1: 19

۱۴- پوښتنه:

لکه چې په شکل کې ښودل شوې ده د ABCD متجانسه

میله د کیبل په ذریعه محکمه شوې ده کیبل د A نقطې څخه B نقطې پورې د C نقطې (محور) په شاوخوا حرکت کوي یو عمودي کیبل د C په نقطه او میله د D په نقطه کې

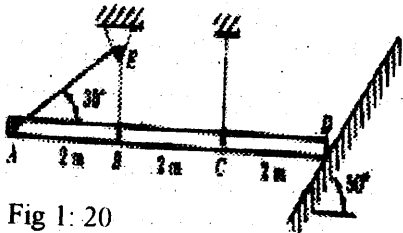


Fig 1: 20

یوې هموارې صفحې سره نښتې ده د میلی اعظمي ترین وزن چې ممکن ونیول شي پیدا کړئ که چېرې په همدې کیبل کې تشنجات تر  $100\text{Mpa}$  پورې

محدود وي د AB کیبل مساحت  $250\text{mm}^2$  او د C نقطې پورې نښتې کیبل مساحت  $300\text{mm}^2$  دی.

Ans =  $6.47\text{Mpa}$

#### 1:4 مماسي تشنجات (Shearing stress):

مماسي تشنجات هم د کشش او هم فشاري تشنجاتو دواړو څخه رامینځته کېږي او د هغو قوو له امله را پیدا کېږي چې د هغې ساحې په اوږدو یا هغې ته موازي چې د قوو په مقابل کې مقاومت وښی عمل کوي بر خلاف کششي او فشاري تشنجات د هغو قوو په واسطه رامینځته کېږي چې هغه ساحې ته عمود وي په کوم چې نو موږې قوې عمل کوي ځکه نو کششي او فشاري تشنجات هر وخت د نور مالي تشنجاتو پڼوم یا دیرې بر خلاف مماسي تشنجات ممکن د تانجانتی تشنجاتو په نوم یاد شوي وي. هر کله چې مماسي تشنجات را پیدا کېږي وارد شوي بارونه د جسم د یوې مقطع

(سکشن) نسبت متصلې مقطع ته د تاویدنې سبب کېږي په Fig 1-21 کې ډېر مثالونه ورکړل شوي دي. په a شکل کې رېویټ یا پرچې د خپلې عرضي مقطع مخامخ مماس ته مقاومت کوي. بر خلاف په Clevis کې بولټ دوه عرضي مقطعو ته مخامخ مماس په مقابل کې مقاومت کوي شکل b.

(a) حالت ته (Single Shear) او (b) حالت ته Double Shear وایې. او په (c) حالت کې یو ګرد واشل ممکن په زور سره د پليټ څخه ووځي یا په پليټ کې ننوځي. د مقاومت ساحه د مخروط توپل شوې ساحې ته ورته ده په هر حالت کې Shear هغه ساحې ته موازي صورت نیسي چې وارد شوې بار (قوې) ته موازي واقع وي. دې ته د هغه Shear چې د دې سبب شوي دي برخلاف Direct Shear ویل کېږي چې دا کېدای شي په هر سکشن کې چې د بار محصلې ته مایل واقع دی صورت ونیسي لکه په Fig 1-4a کې مو وکتل مماسي تشنجات د لاندې فورمول په واسطه پیدا کېږي.

$$\tau = V/A \dots\dots 12$$

دلته  $\tau$  (Tau) یو یوناني توري دی چې د

مماسي تشنجاتو په نوم یادېږي قیاسي واحد یې (Mpa, Kpa, KN/m<sup>2</sup>, N/m<sup>2</sup>, Pa) او داسې نور دي.

(V) د مماسي قوو Shear Force محصله (Resultant Shearing Force) ده قیاسي واحد یې Kg, KN, N او T دی.

(A) د عرضي مقطع مساحت دی قیاسي واحد یې CM<sup>2</sup>, mm<sup>2</sup> او m<sup>2</sup> دی. په حقیقت کې مماسي تشنجات (Shearing Stresses) کله هم مساوي ویشلې (Uniformly distributed) نه وي او د 1-2 مساوات د متوسط مماسي تشنجاتو (Average shearing streses) په نوم یادېږي.

### سوالونه (Problems):

1 د 25mm ډبل پليټ د سوري کولو له پاره چې د سوري قطر 20mm وي څومره قوې ته ضرورت دی که د مماسي تشنخ قیمت یې

$$\tau = 35 \text{ MN/m}^2 \text{ وي } \boxed{\text{Ans: } P=550 \text{ KN}}$$

۲ - په Figure 1-11c کې دمقاومت مماسي قوه

(strength shearing) 44KN ده چې د نوموړي پليټ دسوري کولو لپاره پکارېږي په سوري کولو کې بايد فشاري تشنج د 50 Kpa څخه تجاوز ونکړي.

(a) دپليټ اعظمي ډبلوالي محاسبه کړي. که 2.5Cm سوري شوي وي.  
(b) که چيري دپليټ ډبلوالي 25mm وي دسوري قطر معلوم کړي دکوم چې سوري کيدل ممکن دي.

Ans. a t = 0,781 Cm

d = 0800mm

خواب:

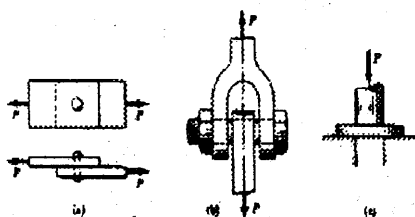


Figure 1-21

Examples of shear

۳ - دهغي گولي (پنډوسکي) قطر چې دپليټ دسوري کولو لپاره پکارېږي پيدا کړئ که چيري  $p = 400KN$  وي او د

بولټ لپاره Shearing strength قيمت 300Mpa وي Figure 1-21b.

## وزن وړونکي (تحملي) تشنج

## 1:5 Bearing stress

تحملي (وزن وړونکي) تشنج د فشاري تشنج څخه پدي توپير کيږي چې فشاري تشنجات داخلي تشنجات دي چې د فشاري قوي له امله راپيدا کيږي برخلاف تحملي تشنجات مماسي فشار دي چې د بيلابيلو جسمونو ترمنځ موجود وي دبیرنگ قوه (تحملي قوه) دلاندي افادي په واسطه څرگندېږي:

$$p_b = A_b \cdot \sigma_b = t d \cdot \sigma_b \dots 1:3$$

دانتیجه دداخلی یونیفارم فشار چې د یو سلندر لپاره غوښتل کېږي ورته دي

Figure 1-22 وگورئ دلته به مونږ خالصه قوه وگورو چې د یو نیفارم فشار او طرحه شوي ساحي د ضرب حاصل سره مساوي یا برابر وي.

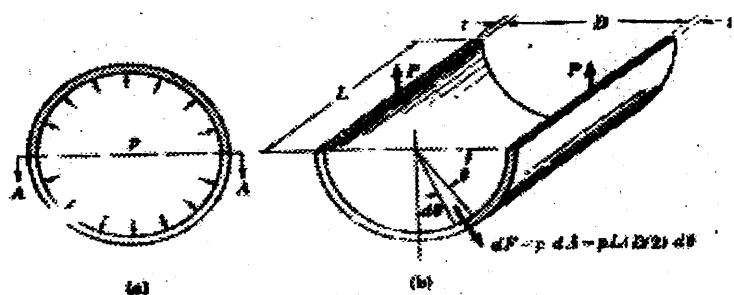


Figure 1-22 Direct evaluation of bearing Force F

مثال (Example)

Figure 1-23 ونښی چې W 460 x 97 بیم د W610 x 125 تیرسره د 100 x 90 x 10 mm زاویه (angle iron) په واسطه د 19 mm قطر لرونکي پرچي گانو په واسطه پرچي کاري (rivet) شوي دي دبیم هري خواته زاویه گاني موجودې دي (د ساختماني سکشنونو د مشخصاتو لپاره (B) ضمیمه وگورئ). د هرې پرچې لپاره فرض کړئ چې  $\tau = 80 \text{ Mpa}$  او

$\sigma_b = 170 \text{ Mpa}$  د تیر د خنډی (Web) پنډوالي 11,9 mm دي اود بیم Web پنډوالي 11,4 mm دي. اخیرني مجازي عکس العمل معلوم کړئ.

حل (Solution): په تیر کې مماسي مقاومت په یوه برخه کې 8 پرچي

گاني دي ځکه  $[p = A \cdot \tau]; p = 8 \left( \frac{\pi}{4} \right) (19 \times 10^{-3})^2 (80 \times 10^6) = 181 \text{ KN}$  نولرو:

په تیر کې دبیرنگ مقاومت دوصلی (Conection) نا صغري پنډوالي پوري اړه لري چې پدې صورت کې د Clip angle پنډوالي 10 mm دي. په  $[p = A \tau]$  بیرنگ کې د 8 پرچي گانو لپاره

لرو:  $p = 8 (19 \times 10^{-3}) (10 \times 10^{-3}) (170 \times 10^6) = 258 \text{ KN}$

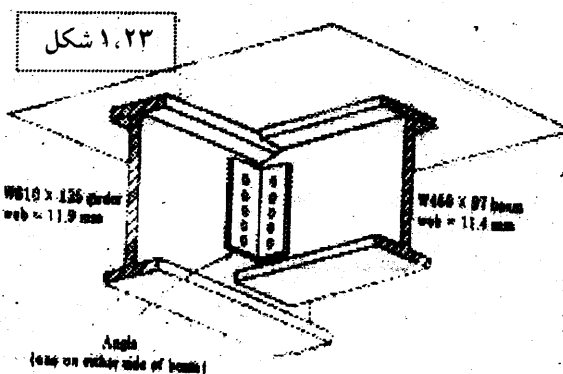
دبیم په دواړو برخو کې څلور پرچيگاني موجودی دي چې په کل کې 8 واحدې برخې پلاس ورکوي په تیر کې دبیرنگ مقاومت یوشان دي. په بیم کې دبیرنگ مقاومت دبیم دڅنډو (Web) دپنډوالي پوري اړه لري ددي له کبله دادوه Clip angles د ټنډ (شریک) پنډوالي څخه ډیرلږ دي په بیرنگ کې دڅلورو پرچي گانو لپاره لرو:

$$[p = A\sigma_b]$$

$$p = 4(19 \times 10^{-3})(11.4 \times 10^{-3})(170 \times 10^6) = 147 \text{ KN}$$

د ډاډمن بیم عکس العمل (غبرگون) د دي قیمتونو څخه ډیر زیات کم دي چې 147 KN د W460x97 تیر د پرچيگانو برعکس دبیرنگ په واسطه

محدودېږي. Figure 1-23 Strength of beam and girder Connection



شکل ۱.۲۳

سوال:

Problem)

په Figure 1-

24 کې فرض

کړی چې یو 20 mm

قطر لرونکي

پرچي میخ

پلیټونه سره

نښلوي چې هر پلیټ 110 mm پراخوالي لري دبیرنگ لپاره مجازي تشنجات 120 Mpa اود پلیټ د موادو او د پرچي میخ لپاره 60 Mpa دي.

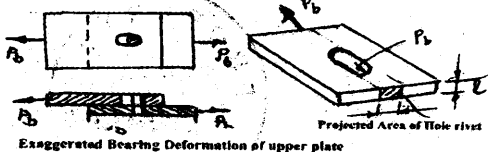
(a) د هر پلیټ اضغري پنډوالي پیدا کړي.

(b) په پلیټونو کې اعظمي کششي فشار پیدا کړي.

خواب:

Ans: a) 7.85 mm . b)

26.7 Mpa



$$p_b = A_b \cdot \sigma_b = (td)\sigma_b$$

## د نازکو دېوالونو لرونکي فشاري لوبښي

### Thin walled pressur vessels

یوسلندري ټانک گاز یا مایع د  $P$  فشار لاندې چې کششي قوې ته ضرورت لري چې دچویدلو یا انفجاري قوو په مقابل کې مقاومت کوي د مقطع عرضي او طولی سکشنونو مخامخ انکشاف کړیدي لوموړي یوه ټپیک طولی مقطع A-A په پام کې ونیسی او د فشاري بار شوي سلندر له لارې Figure 1-25a نیم سلندر FBD د پري شوي پلان A-A په واسطه جدا شوي دي اوپه Figure: 1-14b کې رسم شوي دي دسلندر په یو عنصر باندې یوه ابتدای قوه چې نورمال (عمود) عمل کوي اود افقي قطر څخه د  $\theta$  زاویې په اندازه واقع دي عبارت ده له:

یوه ورته قوه د عمودي مرکزي خط بلې خوا  $dF = pDA = (P \cdot L \frac{D}{2}) d\theta$  ته په متناظر ځای په ځای شوي عنصر

$$F = \int_0^\pi (PL \frac{D}{2} d\theta) \sin \theta = pL \frac{D}{2} [-\cos \theta]_0^\pi$$

باندې اغیزه کوي دبلې خوا افقي مرکبه د دارنگه جوړه قوو څخه کنسل شویده ددې معمولي (ابتدایې) قوو د عمودي مرکبو محصله قوه (مجموعي قوه)  $F$  د انفجار (منفجره) قوه ده.

چې لاندې قیمت ته را کميږي  $F = PLD$

دا څرگندوي چې منفجره قوه  $F$  د پري شوي پلان A-A Ccutng plan ته عمود عمل کوي د مساوي قوو  $P$  په واسطه دسلندر د دیوالونو په کټ (پري) شوي محیط باندې اغیزه کوي مقاومت پاتې شوي دي د عمودي قوو مجموعه اجرا کوو:

$$[\Sigma Fr = 0]; F = PDL = 2P \dots (1:4)$$



د منفجره قوې  $F$  د معلومولو لپاره ورته میتود په Fig 1-15 کې ښودل شوي دي د سکندر لاندینی نیمه برخه مایع نیولې ده د بلي خوا مایع په ټولو خواو (مسیرونو) فشار مساوي انتقالوي د فشار توزیع په سلندر کې د Fig 1:14 په شان ده د مایع د حجمي وزن په پام کې نیولو سره منفجره قوه  $F = P \cdot D \cdot L$  عبارت ده له:

په ټولي سکشن کې فشار (تشنج) چې د منفجره  $\left[ \sigma = \frac{F}{A} \right] \sigma_t = \frac{P D L}{2 t L}$  قوې  $F$  په مقابل کې مقاومت کوي عبارت ده له:

یا:  $\sigma_t = \frac{P \cdot D}{2 t} \dots (1:5)$

دا تشنج معمولاً د مماسي یا تا نجات تشنج په نوم یادېږي. ځکه چې د سلنډر په محیط مماس عمل کوي.

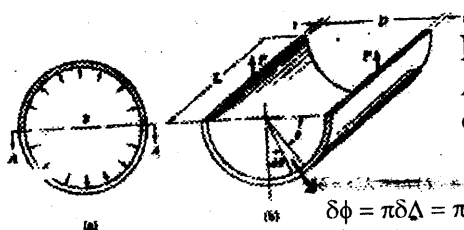


Figure 1-25  
Analytical determination  
of bursting Force  $F$

$$\delta \phi = \pi \delta \Delta = \pi \Delta (\Delta / 2) \delta$$

نور عام نومونه یې لکه محیطي تشنجات

(Circumferentionl stresses) HooP stress and girth stress

دي هغه تشنجات چې د  $\sigma_t = \frac{P D}{2 t}$  کېږي د منځني تشنجاتو

average stress پنوم یادېږي د سلنډرونو لپاره چې د داخلي شعاع اندازه

یې  $\frac{1}{10}$  یا لږ کمه وي چې په حقیقت کې دا د داخلي سطحي (برخي)

د اعظمي فشار سره برابري که چیرې مونږ د لاندې انتقالی مقطع FBD په

پام کې ونیسو Fig 1:26 مونږ به وگورو چې منفجره قوه (د انفجار قوه

bursting Force =) چې د سلنډر په انجام باندې عمل کوي د محصلي

قوي  $P$  چې د شکیدلو قوه ورته هم وایي او په انتقالی مقطع باندې عمل

کوي په واسطه مقاومت وښی. د انتقالی مقطع (Transvers section)

مساحت عبارت دي له: دیوال پنډوالي ضرب د مطلوب محیط:

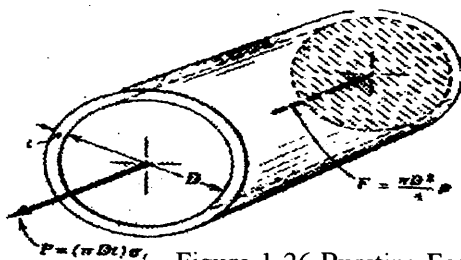


Figure 1-26 Bursting Force on a Transvers section

یا  $(\pi D + t) t$  که  
چیري  $D$  د  $t$  په نسبت  
ډېر وړو کي وي نو پدې  
صورت کې بیا  $\pi (D t)$   
نیول کیږي ځکه  
نومونږ

لرو چې  $[p = F] \pi D t \sigma_t = \left( \pi D^2 / 4 \right) p$  .....

دلته  $\sigma_t$  امتدادي تشنج دي ځکه چې  
دسلندر طولی (امتدادي) محور سره موازي  
 $\sigma_t = \frac{PD}{4t} \dots\dots\dots (1-6)$

عمل کوي که 1-5 او 1-6 مساواتونه سره مقایسه کړو نو وبه لیدل شي چې  
امتدادي تشنج د مماسي تشنج د  $\frac{1}{2}$  قیمت (مقدار) سره برابر دي. لکه  
یوه استوانه یی ټانکي چې په 27-1 شکل کې یې گورئ د دوه شیتونو څخه  
چې یو ډبل سره یوځای پرچې کاري شوي دي ترکیب شوي ده د طولی یا  
متدادي مفصل مقاومت د-

girth joint د مقاومت دوه برابره دي پایه بل عبارت زیاتره وخت د امتدادي  
مفصل (longitudinal Joint) د Join grith دوه برابره قوي نه وي داچې  
دسلندر انجامونه مربع شکله نه وي لکه په Fig 1-27 کې یې چې گورئ  
لاکن گردشوي وي لکه کاسه شکل وي په Fig 1-28 کې بیا هم دانفجار قوه  
Transvers Section کې د داخلي فشار اود Transvers section د پروژه  
یی مساحت دضرب حاصل په واسطه حاصلیږي. دسلندر لپاره یو ورته  
تحلیل پکار وو مونږ دنازکو دیوالونو لرونکو فشاري کروي لوبڼو په  
دیوالونو کې دتشنجاتو لپاره په اسانۍ سره یوه افاده را ایستلي شو. لکه  
چې په Fig 1-29 کې ښودل شوي دانفجار قوه. (یعني د فشار او پروژه یی  
مساحت دضرب حاصل). دانفجار قوه د فشار چې دلوبڼي

د ډبلوالي په عرض باندې ویشل کیږي.  
 $F = p \pi D / 4$



دهغي په مقابل کې مقاومت کوي.

موږ بيا د  $P D t$  څخه استفاده کوو ددې لپاره چې د Transvers Section مساحت دقیق کړو په نتیجه کې تشنجات  $\sigma$  د لوبني په دیوال کې د لاندې افادې په واسطه لاسته راځي :

$$[P = F]: \sigma \pi \cdot Dt = \frac{p \cdot \pi \cdot D^2}{4}$$

په لاندې شکلونو کې د (Fig 1-30 -1-31) د  $\sigma = \frac{pD}{4t}$  (Bursting Force) او A-A یا B-B سکشنونو کې د انفجار

قوه پدې ترتیب پیدا کیږي.

$$F_2 = p \left( \frac{\pi \cdot D^2}{4} \right) \dots \text{and} \dots F_1 = p \left( \frac{\pi \cdot D^2}{4} \right)$$

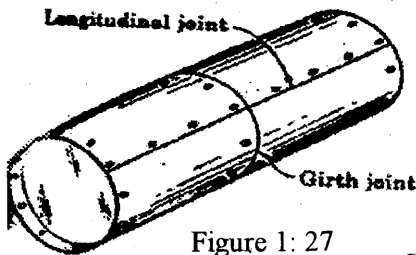


Figure 1: 27

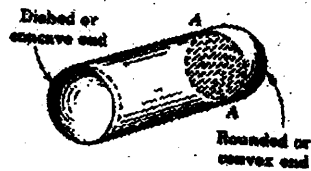


Figure 1-28

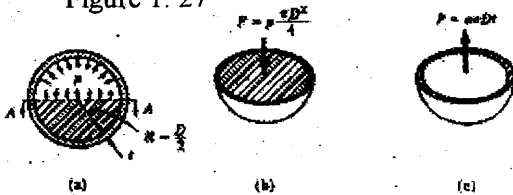


Figure 1: 29

په Fig 1-31 کې د نیمه کړې (Half Ring) لپاره د چویدلو (bursting)

$$F = m \cdot \bar{r} \cdot \omega^2$$

دلته (M) د نیمه کړې کتله ده.

$\bar{r}$  د نیمه کړې Half Ring د مرکز څخه دهغي د ثقل تر مرکز پورې فاصله

هـ د

(W) زاویوي سرعت دی چې قیاسي واحد Rodian/ Second دي.

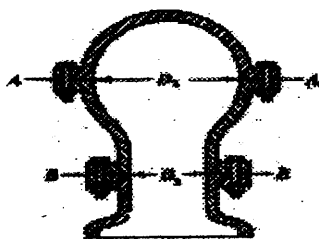


Figure 1: 30

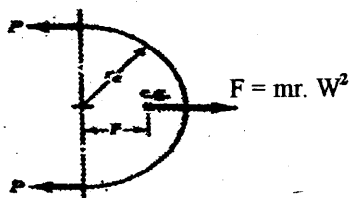


Figure 1-31  
Free – body diagram of one half of rotating ring

د نازکې کړې (thin Ring) لپاره  $m$  عبارت دی له:  
 $m = \rho v = \rho \cdot \pi \cdot A \cdot re \dots$   
 دلته  $(P)$  یوناني توری دی چې د روپه نوم یادېږي  
 چې:  $P = \frac{m}{v}$  یعنې کتله دی  $(A)$  د رنګ د عرضي مقطع مساحت دي  
 په  $mm^2$  او  $cm^2$  حجم.

$(re)$  د نیمې دایرې د مرکز څخه تر محیط پورې شعاع ده  $cm, mm$  د نیمه  
 دایروي کړې (Ring) لپاره  $r = 2rc / \pi$   
 پورته قیمتونه د  $(a)$  په افاده کې وضع کوو پلاس  
 راوړو:  
 $F = (\rho A \pi \cdot re) \left( \frac{2rc}{\pi} \right) w^2 = 2 \rho A v^2 \dots (b)$   
 دلته  $V = re, W$  د کړې.

(ring) خطي سرعت دي. د Fig 1-31 د FBD د تعادل څخه لرو چې:  
 $2P = F$  ځکه نو تشنجات عبارت دي له:  
 $\sigma = \frac{p}{A} = \frac{\rho A \cdot j^2}{A}$   
 ځکه نو فشار مستقیماً د خطي سرعت د مربع  
 او مخصوص وزن سره یوځای بدلیږي  
 یا تغیر مومي.

مثال (Example):

دهایدرو لیکی کارونو لپاره یو لوی پایپ (Penstock) چې  $1.5m$  قطر لري  
 د لرګي پوښ سره یوځای د پولادي ملاوستي (steel hoops) په واسطه چې  
 هریو  $300mm^2$  مساحت په عرضي مقطع کې لري ترکیب شوي دي د

ذخيرې څخه تر Power house (توربين کوټه) پوري د اوبو دانتقال لپاره پکار يوي که په ملاوستني کې اعظمي کششي مجازي تشنجات 130Mpa وي اود اوبو ارتفاع (head) 30m وي پدي صورت کې دمللاوستنو ترمنځ اعظمي فاصله پيدا کړي (د اوبو مخصوص وزن  $p = 1000 \text{ Kg/m}^3$  دي)  
حل (Solution):

فشار چې د اوبو د head 30m پوري رسيږي د لاندي افادي په واسطه معلو ميږي:

$$[P = P_g \cdot h]$$

$$P = (1000 \text{ Kg/m}^3) (9.81 \text{ m/s}^2) (30 \text{ m})$$

$$= 294 \times 10^3 \text{ N/m}^2 = 294 \text{ Kpa}$$

که چيري دمللاوستنو ترمنځ اعظمي فاصله په L سره وښايولکه چې په -  
Fig 1-32 کې ليدل کېږي هر ملاوستنی بايد د انفجار قوي په مقابل کې د L په فاصله مقاومت وکړي ځکه نو په ملاوستني کې دککش قوه په P سره وښايو او په دي ترتيب يې لاسته راوړو.

$$p = A \cdot \sigma$$

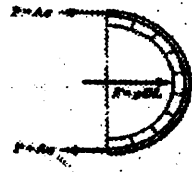
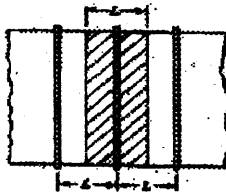
$$[p \cdot D \cdot L = 2p]$$

د F.B.D څخه لرو چې:

$$(294 \times 10^3) (1.5) \cdot L = 2(300 \times 10^{-6})(130 \times 10^6)$$

$$L = 0.177 \text{ m. ans}$$

Figure 1-32 Spacing of hoops in a Penstock



سوال (Problem):

دخرخيدونکي پولادي کرښې چې 150Mpa تشنجات لري که چيري د کرښې دمرکز څخه ترمحيط پوري شعاع 22mm وي زاويوي سرعت ي پيدا کړي دپولادو مخصوصه وزن  $7,85 \text{ Kg/m}^3$  دی.

ځواب:

$$\text{Ans.} = 628 \text{ rdl/s}$$

## لنڊيز (Summary)

Axial load result in an uniform stress distribution that may be determined form  $\sigma = P/A \dots (1-1)$

Shearing stress and bearing stresses are also computed by dividing the load by the resisting area, but the results represent average values. In particular the bearing area of a rivet against a plate is given by the projected area of the rivet hole. Stresses in thin - walled pressure vessels are assumed to be uiformly distributed and may be obtained by applying the equilibrium conductions to appropriate free, bady diagrams, for example see Fig, 1-14- For a cylinder, diamter (D) and wall thickness, the tangential stress  $\sigma_t$  and longitudinal stress  $\sigma_L$  are given by.

$$\sigma_t = 2t \dots (1-5)$$

$$\sigma_L = pD/4t \dots (1-6)$$

For spherical vessels the stress is

$$\sigma = pt \dots (1-7)$$

# دویم څپرکی

## Chapter- 2

### کششي تشنجات 2-1 Simple strain

2-1- تعريف (Introduction): په تېر فصل کې مو د موادو د مقاومت موضوع چې د بار مساحت او فشار (تشنج) تر منځ اړیکې وڅېړلې اوس یوه بله پراخه او غټه ساحه د موادو مقاومت - د شکل بدلول (The Changes in Shape) مطالعه کوو او دا Deformation دی چې بار په خپل ترکیب نیسي.

### ککش فشار دیاگرام 2-1, Stress, Strain Diaram

د موادو مقاومت یوازې هغه قوانین او اصول نه دي چې د ساختمان (Struction) په طرحه او ډیزاین کې باید په نظر کې ونیول شي. د موادو سختۍ په مکرره توګه زیاته مهمه ده د موادو د تیتې درجې، میخانیکي خواصو لکه سختوالي (Hardness)، وچوالی (toughness) او په آسانی سره اوږدېدنه (ductility) د موادو ټاکل معلوموي. د موادو دغه خواص د موادو د تستونو له جملې څخه یو تست (د پولادو کشش تست) the tension test of steel دی چې د هغې نتیجې باید په پام کې ونیول شي ځکه دا په دې مورد کې د ډیرو مهمو تصورونو سره مرسته کوي. د کش په ازموینه کې د آزمایشېت یوه نمونه د ماشین په ژامو کې محکم نیول کېږي په نمونه باندې په ترتیب سره بارونه زیاتوي او د هر بار په مقابل کې د نمونې د اوږدوالي زیاتوالی ثبتوي او دغه معلومات په یوه ګراف کې ځای په ځای کوي په عمودي کورډینات باندې بار او په افقي کورډینات باندې اوږدېدنه درجوي شکل Figure 2-1 وګورئ چې د ساختماني پولادو (Structural steel) لپاره دا ډول یو ګراف دی هیره ډي نه وي چې دلته مو د اوږدېدنې په مقابل کې بار نه بلکې تشنجات ایښي دي په تخنیکي توګه

دغه اوږدیدنه د Strain (تغیر شکل) په نوم یادېږي او د Fig 2-1 د Stress - Strain دیاگرام په نوم یادېږي، چې دغه نوم هم د هغه د کوردیناتو څخه اخیستل شوی دی.

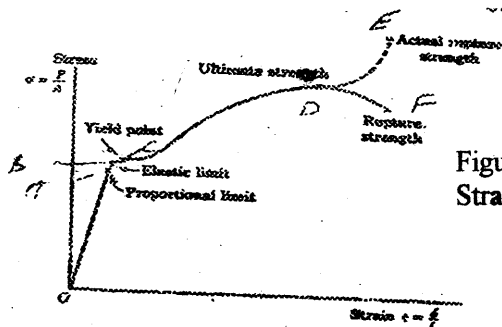


Figure 2-1 Stress - Strain diagram

## کشش (تغیر شکل) Strain

دا ډول تغیر شکل Strain د مطلقه اوږدیدنې او عمومي اوږدوالي تر منځ نسبت دی چې په دې ډول افاده کېږي:

$$\epsilon = \frac{\delta}{L} \dots (2-1)$$

قیاسي واحد یې یوازې radian دی څومره چې Strain محاسبه شي بیا هم یوازې منځنۍ قیمت د Strain اندازه کېږي په هر صورت کې د Strain لپاره درسته افاده په لاندې ډول ده چې په هر حالت کې صدق کوي.

$$\epsilon = \frac{d\delta}{dL} \dots (2-1a)$$

دلته  $d\delta$  د اوږدیدنې دیفرینشال (مشتق) دی او  $dL$  د اوږدوالي (طول) مشتق دی ځکه نو (2-1a) افاده په اوږدوالي کې د (strain) منځنۍ حالت دومره وړوکی او جزوي وېنۍ چې د (strain) قیمت باید بالاخره ثابت وي نسبت اوږدوالي ته. اگر چې د یقیني حالاتو په صورت کې (strain) باید ثابت فرض کړل شي او قیمت یې د 2-1 مساوات څخه محاسبه شي او دا حالاتو په لاندې ډول دي:

۱. نمونه باید د ثابتې عرضي مقطع لرونکې وي.

The Specimen must be of constant cross section.

۲. مواد باید هوموجیني وي.

The material must be homogeneous

۳. بار باید محوري وي چې يونيفارم تشنج رامینځته کوي.

The load must be axial that is produce uniform stress.

لنډه دا چې (strain) د اوږدوالي د بدلون او اصل اوږدوالي تر منځ نسبت دی او واحد یې m/m دی په انجنیري محاسبو کې چې (strain) د  $10^{-3}$  څخه کم وي په پام کې نه نیول کېږي.

## تناسبي حد Proportional Limit:

د کورډیناتو د مبداء (0) څخه تر A نقطې پورې حد د تناسبي حد په نوم یادېږي، (شکل 2-1 Fig) دا راښایي چې د Stress-strain دیاگرام یو مستقیم خط دی له دې څخه موږ یوه ډیره ښه پېژندل شوې اړیکه استنباطوو. چې په 1678 کال کې د لومړي ځل لپاره Robert Hooke په واسطه حاصل شوې ده چې تشنجات د Strain متناسب دي هیره دی نه وي چې دغه تناسب د دیاگرام له لپارې پراختیا نه مومي او په یو مناسب حد ختمېږي او د دې نقطې تر څنګ تشنجات نور د Strain مطابق نه اوږدېږي یا (نه زیاتېږي).

د تناسب حد ډیر مهم دی ځکه چې له دې وروسته د الاستیکي جسمونو ټوله تیوري په Strain-Stress تناسب باندې متکي ده د ځان سره په ترکیب کې لري.

دا لومړۍ نېټه ده تناسبي حد بنیادي او یا اخیرنۍ نه دی او یو اعظمي تشنج دی د کوم لپاره چې مواد پکار دي.

۱ - الاستیکي حد Elastic limit: د تشنجاتو هغه حد ته ویل کېږي چې کله د موادو (جسم) څخه بار لېږې کړای شي او جسم د تغیر شکل څخه وروسته خپل اصلي (لومړني) حالت ته را وګرځي.

۲ - بهېدنې حد The Yield point: هغه حد ته ویل کېږي چې جسم د بار لاندې اوږدېدنه (بهېدنه) غوره کوي په ځای د دې چې کله بار ورڅخه کم شي بهېدند صورت نیسي په ۲-۲ شکل کې د هر یو موادو لپاره Strain-Stress دیاگرام ښودل شوې دی.

د بهېدنې حد د  $\sigma_y = \frac{P}{A_0}$  فورمول سره ښودل کېږي.

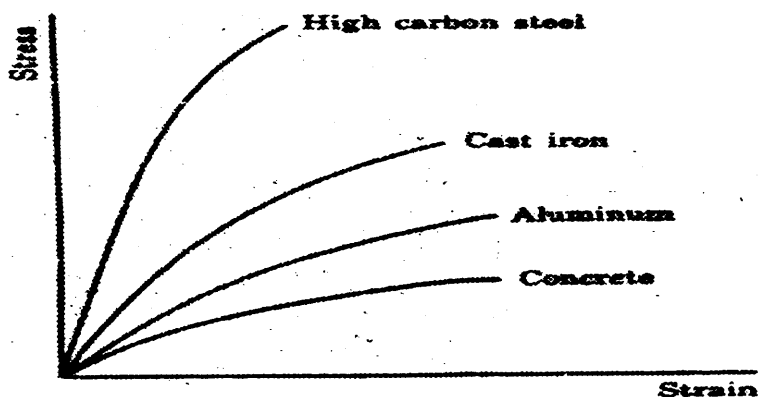


Figure 2-2  
Comparative stress- strain diagram for different materials.

د تناسب حد په دې فورمول سره پیدا کېږي.  

$$\sigma_p = \frac{F_p}{A_0}$$
 دا اعظمي تشنج دی چې د دې له مخې هغه مستقیم خط ساتل کېږي چې د تشنجاتو او تغیر شکلونو تر منځ اړیکې سره متناسب او د هوک د قانون په واسطه څرگندیږي. د تناسب حدونو کې د شکل تغیرونه د قوو سره متناسب دی.  

$$\Delta L = \epsilon \rho$$

د تناسب حدونو کې د ضریب یو ثابت مقدار (کمیت) دی چې د لاندې افادې په واسطه پیدا کېږي.  

$$\frac{L}{EA}, M/N(cm/kg)$$
 د ارتجاعیت مودل E په تجربوي طریقې معلوموي چې ستاندرټ نمونه په کشش کې د  $L_0$ , p,  $A_0$  او  $\epsilon_1$  په تغیر (بدلون) سره صورت نیسي د هوک د قانون په نسبت لیکلې شو چې:

$$E = \frac{\sigma}{\epsilon} = \frac{p}{A_0} \cdot \frac{L_0}{\Delta L}$$

دلته P قوه،  $\epsilon$  نسبي اوږدینه،  $A_0$  (Strain) د عرضي مقطع

مساحت،  $L_0$  ابتدایي اوږدوالی (د تغیر شکل څخه مخکې د میلی اوږدوالي دی) او  $\Delta L$  مطلقه اوږدوالی دی. د  $\alpha$  زاویه د ارتجاعیت د



مودل عددی قیمت خرگندوی چې د  $\alpha$  زاویه په لاندې شکل کې بنودل شوي ده.

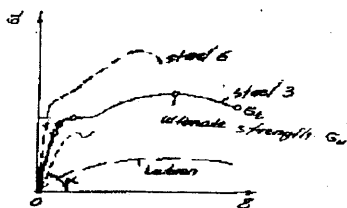


Figure 2-2a  
Stress - strain Diagram

د ارتجاعیت حد په  $\sigma_E = \frac{p_e}{A_0}$  سره بنودل کېږي دغه حد هغه تشنج دی چې د دې په صورت کې اوږدېدنه یو وړوکی مقدار ته رسېږي چې په تخنیکي شرایطو سره تثبیت شوي دي (مثلاً 0,001,001% او داسې نور)

## د بهېدنې مقاومت

## The Yield strength

د بهېدنې مقاومت د بهېدنې نقطې پورې تړلې دی د هغو موادو لپاره چې د بهېدنې معلومه نقطه نه لري د بهېدنې مقاومت د (offset Method) په واسطه تعینېږي او ۲% بنودل کېږي لکه چې په Fig 2-3 کې یې مشاهده کولی شئ: د دواړو خطونو د تقاطع نقطه د بهېدنې د مقاومت په نوم یادېږي.

د بهېدنې په صورت کې د موادو په ټول حجم کې د داخلي اړیکو قسمي تخریب رامینځته کېږي چې د راتلونکي حرکت (بېخایه کېدنې) خنډ کېږي او مواد په بشپړ ډول نه تخریبېږي خو د هغې لومړنۍ هندسي ابعاد بدلېږي چې بېرته خپل ځای ته (شکل ته) نه راگرځېدونکي دي.

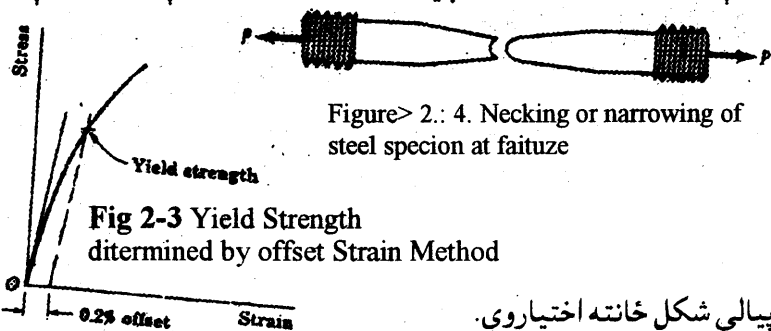
د ثقیل شوي نمونې په مخ باندې خطونه راپېدا کېږي چې د بهېدنې نماینده ګي کوي. د مختلفو موادو لپاره د دې خطونو د مایلان زاویې ډول ډول دي خو په حدود د  $40^\circ \div 45^\circ$  زاویه کې وي په کششي ازموینې کې د بهېدنې د حد پاسنی او لاندیني خطونه توپیر لري چې د زیات متشنج حالت لپاره

پورته خطونه او د لږ لپاره لاندیني خطونه ښودل کېږي چې تغیر شکل د ثابت بار په دوامداره پاتې کېدو سره زیاتېږي.

د مختلفو موادو لپاره د محکمیت احتمالي حدونه په جدولونو کې ښودل شوي دي جدول 1-2، 3-4

۴. حدي مقاومت (Ultimate Strength) یا حدي تشنجات (ultimate stress) د (Stress-Strain) په گراف کې د نهایي لوړې نقطې په نوم یادېږي.

۵. سختي مقاومت Repture Strength په ناکامه حالاتو کې تشنج یا فشار دی د تعمیراتي پولادو لپاره د انسبټ (ultimate Strength) ته ډیر تیت دی کله چې یوه میله د ازموینې لاندې نیول کېږي نو د میلی قطر ورور کمېږي او اوږدوالي یې زیاتېږي او لکه چې په Fig 2-4 کې یې گوری د میلی قطر د مخروط په ډول کېږي او د شکېدلو په وخت کې یو طرف یې د



پیاوړي شکل ځانته اختیاري.

او په دې ډول بحراني بار (هغه بار چې د پریکېدلو باعث کېږي) په یوه ډیره کوچنۍ ساحه کې ویشل شوي دي. که چېرې بحراني ساحه (هغه ساحه چې شلېږي) د اجراء د کمېدو څخه وروسته اندازه کېږي او په بحراني بار باندې ویشل شوي وي نتیجه یې د حقیقي کم شوي تشنج درست قیمت دی او نهایي مقاومت (ultimate Strength) د موادو اعظمي تشنجاتو څخه اخستل کېږي.

## کارنده تشنجات او د تحفظ عامل:

### Working Strsses and factor of safety

کارنده تشنجاتو ته مجازي شنجات هم ویل کېږي او دا هغه اعظمي محفوظ تشنجات دي چې یو مواد یې مني یا انتقالوي. په طرحه او دیزاین کې کارنده تشنجات  $\sigma_w$  باید د تناسبی حد څخه زیات نه شي په داسې ډول چې د هوک د قانون مخالفت ونکړي اگر چې تناسبی حد مشکل دی چې حقیقي قیمت یې معلوم شي او دا مروج ده چې کارنده تشنجات یا (بهبډنې حد) او یا نهایی مقاومت (Ultimate strength) باندې تناسبی او په یوه معلومه شمېره په N باندې تقسیم شي چې دې ته د تحفظ عامل وایي. یعنې: 6

$$\sigma_w = \frac{\sigma_{yp}}{N_{yp}}, \text{ or } \sigma_w = \sigma_{ult} / N_{ult} \dots (2-2)$$

په ساختماني پولادو کې د بحران نقطه Yield Point (YP) د معلومولو لپاره دیوې بڼه په توګه ټاکل شوی ده ځکه دا هغه تشنج دي چېرته چې یوه سوچه دایمي یا تلپاتې ځای په ځای کیدنه واقع کیږي د نورو موادو لپاره کارنده تشنجات معمولاً په ultimate Strength (Ut.str) باندې بستیز شوي دي  $\sigma_w$  د په ټاکنه کې ډیر فکتورونه باید په پام کې نیول شوي وي.

## 2:3 د هوک قانون:

مماسي او محوري تغیر شکلونه

### 2-3 Hook's LoW Axial and Shearing Deformations

په Figure 2-1 کې چې د Stress-Strain دیاګرام دی بیرته ګرځو او هلته د مستقیم خط ټوټه (Straight-Line Portion) په پام کې نیسو د نوموړي مستقیم مایل خط مایلان نظر Strain ته د (Stress) تناسب (نسبت) دی او دې ته (Modulus of Elasticity) د ارتجاعیت مودل وایي او د E په توري سره ښودل کېږي:

په کورېوالي کې د کشش فشار مایلان  $(\text{Slope of straincune} = E \frac{\sigma}{\epsilon})$

چې معولا پدې شکل تشیکل کیږي:  $\sigma = E \cdot \epsilon \dots (2.3)$

اوهمدې ته د هوک قانون وایي. د هوک قانون بنودلې وه چې Stress د Strain سره متناسب دي خو Thomas Young په 1807 کال کې معلومه کړه چې دایو ثابت تناسب (نسبت) دي اویانوموږي قیمت د Moulus Young's په نوم یاد شو. د هوک د قانون څخه لیدل کیږي چې دارتجاعیت مودل قیاسي واحد دتشنجاتو په شان-

Kpa , Pa, Kg/cm<sup>2</sup>, KN/m<sup>2</sup>, N/ m<sup>2</sup> او Mpa اوداسي نور دي اوع واحد نلري او یو راډیاني مقدار دی د پولادو لپاره په SI سیستم کې دارتجاعیت مودل  $200 \times 10^9 \text{ N/m}^2 = 200 \times 10^9 \text{ pa}$  دي یا که چېرې په SI سیستم کې  $10^9$  د G (giga) گیگا په نوم مسما کړو نو لرو چې (200Gpa) افاده ده که چېرې د هوک قانون کې وضع کړو نو 2.3 افاده به داسې شکل ځانته غوره کړي.

$$\epsilon = \frac{\sigma}{E} = \frac{\Delta L}{L}$$

$$\frac{p}{A} = E \cdot \frac{\delta}{L} = E \frac{\Delta l}{l} \Rightarrow \delta = \Delta l = \frac{p \cdot L}{AE} = \frac{\sigma \cdot L}{E} \dots (2.4)$$

په دې افاده کې  $\sigma$  يا  $\Delta L$  مجموعي تغير شکل يا اوږدېدنه ده چې کله کله ورته هيلو- اوږدېدنه هم وايي په زياتوځايونو کې ورته مطلقه اوږدېدنه يا تغير شکل وايي.

$\sigma$  - تشنجات دي  $P$  - وارده شوي قوه (بار) دی.

$L$  - مجموعي اوږدوالي دی.

$A$  - د عرضي مقطع مساحت دي.

$E$  - دارتجاعيت مودل Modulus of elasticity دی

د  $\Delta L$  واحد د اوږدوالي واحد په شان دی او د  $E$  او  $\sigma$  واحدات يوشان دي مناسبوالي لپاره لاندې حدود وضع کوو:

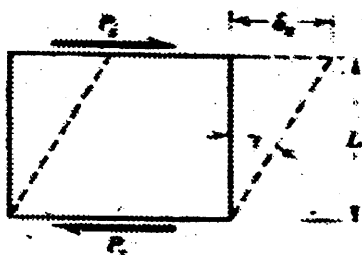
۱ - بار بايد محوري عمل يا اغيزه کړيوي.

۲ - ميله بايد ثابته عرضي مقطع ولري او هوموجن (Homogeneous) وي

۳ - تشنج بايد د تناسبې حد څخه تجاوز ونکړي.

مماسي قوې په عرضي مقطع کې مماسي تغير شکل Shearing deformation رامنځته کوي يوازي امتدادي (محوري) قوې اوږدېدنه (elongation) راپيدا کوي خود يومهم توپير په لرلو سره. ديو عنصر د کشش لپاره د هغه طول اوږدېږي خوکه يوعنصر د مماسي قوو د تاثير لاندې راغلې وي نو د هغه دخوا اوږدېدنه نه رامنځته کيږي بلکه يوازي دهغه د

Figure 2-5 Shear deformation



شکل نما بدلون مومي لکه چې په لاندې شکل کې چې مستطیل د مماسي قوو د عمل په نتیجه کې په متوازي الاضلاع بدل شوي دی اوضلعوېې کوم تغير نه دی موندلې يعنې نه اوږدې او نه لنډې شوي دي يوازي په زاويه گانو کې توپير راغلي دی.

دغه موضوع د Strain components په انتقال کې ښه واضع شوې ده  
منځني مماسي بدلون د شکل (ښی) average shearing strain د لاندې

$$\text{tg } \gamma = \frac{\sigma_s}{1}$$

څرنگه چې د (گاما)  $\gamma$  زاویه ډیره کوچنۍ وي نو  $\text{tg } \gamma = \gamma$  دی

$$\infty = \frac{\sigma_s}{L} \dots\dots\dots (2-5)$$

پس ویلي شو چې مماسي بدلون د ښي (شکل) د یو عنصر دوه ډول ډول  
عمودي (نیغ په نیغ) مخونو زاویوي بدلون دي. د هرک د قانون له مخې د  
مماسي تشنج او مماسي بدلون د ښي (Shearing strain) ترمنځ اړیکه داسې

$$\tau = G \cdot \gamma \dots\dots\dots 2-6$$

دلته G په مماس کې د ارتجاعیت مودول دی او معمولاً ورته د سختوالي  
مودل (Modulus of Rigidity) وایي.

د مماسي بدلون د ښي او وارد شوو مماسي قوو ترمنځ اړیکه په لاندې ډول  
افاده کېږي.

$$\sigma_s = \frac{V \cdot L}{A_s \cdot G} \dots\dots\dots (2-7)$$

دلته  $\sigma_s$  - مماسي قوه ده چې په  
مماسي سطحه  $A_s$  باندې اغیزه کوي

نوموړې (2-7) افاده د (2-4) افادې په شان ده.

مثال (Example): یوه میله د امتدادي قوې  $P = 100 \text{ KN}$  تر تاثیر لاندې  
واقع ده د میلی پندوالي 20mm دي د میلی عرضي اندازه د 120 mm څخه  
40mm ته را کوچني کېږي د میلی مجموعي اوږدیدنه معلومه کړي که  
چیرې د میلی لومړني اوږدوالي 10m وي فرض کړي چې د ارتجاعیت  
مودول د میلی لپاره  $E = 200 \text{ Gpa}$  دی:

حل (Solution): څرنگه چې د عرضي مقطع مساحت ثابت (Constant) ندی

(2-4) معادله مستقیماً د تطبیق وړنده لذا کولی شو چې د یفرېنشیال

معادلې څخه کار واخلو بیانو مجموعي اوږدیدنه د دغو غیر قابل سنجش )

ډیرو کوچنیو ( اوږدیدلو د مجموعي څخه لاس ته راځي. د  $m-n$  سکشن کي

نمایې عرض یې  $Y(\text{mm})$  د  $X(\text{m})$  په فاصله د چپ خوا څخه د جیومتری

$$\frac{y - 20}{X} = \frac{60 - 20}{10} \dots\dots\dots$$

څخه پیدا کیدای شي یعنې  $Y = (4X + 20) \text{ mm}$

او په دي سکشن کې مساحت عبارت دي له :

$$A = 20 (2Y) = (160X + 800) \text{ mm}^2$$

د  $m-n$  په سکشن کې په يوه معمولي اوږدوالي  $dx$  کې اوږدېدنه د (2-4) افادې په واسطه پيدا کيداې شي

$$[\sigma = \frac{PL}{AE}]$$

$$d\sigma = \frac{(100 \times 10^3) dx}{(160X + 800)(10^{-6})(200 \times 10^3)} = \frac{0.500 \, dX}{160X + 800}$$

لدي ځای څخه مجموعي اوږدېدنه عبارت ده له:

$$\sigma = 0.500 \int_0^{10} \frac{dx}{160x + 800} = \frac{0.500}{160} [\ln(160x + 800)] \int_0^{10}$$

$$= (3.13 \times 10^{-3}) \ln \frac{2400}{800} = 3.44 \times 10^{-3} \text{ m} = 3.44 \text{ mm}$$

ځواب

Figure- 2: 6



مثال (Example):

د AB او BC دوه پولادي ميلې  $P = 6000 \text{ (N)}$  بار لاندې واقع دي دقوي موقعيت په (بڼه = Figure 2-7a) کې ښودل شوي دي د A B مساحت  $A_{AB} = \frac{1}{2}(\text{m}^2)$  او BC ميلې مساحت  $A_{BC} = \frac{3}{4}(\text{m}^2)$  دی که چېرې د نوموړو ميلو لپاره د ارتجاعيت مودول  $E = 29 \times 10^6 \text{ psi}$  وي د بېخايه کېدنې لپاره افقي او عمودي مرکبي محاسبه کړئ.

حل (Solution)

په هرې ميلې کې د P قوې له امله لاسته راغلی تغیر شکل (بني بدلون) څخه حل پیل کوو د ستاتیک څخه لرو چې  $P_{AB} = 10000(N)$  کششي ده او  $P_{BC} = 8000(N)$  فشاري ده. (C)

اصلي ځواب ویونکې د بني د بدلون (deformation) عبارت دی له:

$$[\delta = \frac{PL}{AE}]; \delta_{AB} = \frac{10000(15)}{\frac{1}{2}(29 \times 10^6)} = 0,0103 \text{m Longthening} \quad (\text{اوردیدنه})$$

$$\delta_{CB} = \frac{8000(12)}{\frac{3}{4}(29 \times 10^6)} = 0,00441 \text{m Shortening} \quad (\text{لنډیدنه})$$

د دې لپاره چې د B بېځایه کېدو کې د دغو بنو د بدلون (deformation) اغېز تحلیل شي ضروري ده چې لومړی د AB او BC ميلې د B په نقطه کې یو د بل څخه بیلې کرل شي چې هغوی د بني بدلون کموي او د بني بدلون یې په (Fig 2-7) کې ښودل شوې دی د دې لپاره چې ميلې سره بیا محکمې (مضبوطې) کړو هغوی نسبت A او C نقطو ته دوران خوري چې د B نقطې سره ملاقي شي. اگر چې په دې دوران کې راپېدا شوی کمان (قوس) ډیر کوچنې دی چې کېدای شي په یو مستقیم خط فرض کړی شي او AB او BC ته عمود (نېغ په نېغه) رسم شوی دی او دغه خطونه د B په نقطه کې سره قطع (پرېکړه) کوي چې د B نقطې اخیرنۍ موثر یا اغېزناکه موقعیت معلوموي.

د  $\delta_{AB}$  او  $\delta_{BC}$  د بني بدلون په لوی کچ (مقیاس) په (Figure 2-8) ښه کې رسم شوې دي چې مجموعي بېځایه کېدنه د B نقطې د BB ویتکتور یا  $\delta$  سره ښودل شوې دی د (۸-۲ شکل) څخه لیدل کېږي چې د  $\delta$  افقي مرکبه عبارت ده له بني ځوانه اگر چې  $\delta_H$  هم د افقي مرکبي  $\delta_{AB}$  او نا معلوم اوږدیدنې x د الجبري مجموعې سره برابر دي یعنې

$$\delta_H = \delta_{BC} = 0,004 \text{m...ans} \quad \delta_h = X \cdot \cos\theta \quad \delta_{AB} \cdot \cos\theta$$

له کومه ځایه چې



$$0,00441 = x\left(\frac{3}{4}\right) - 0,03\left(\frac{4}{5}\right)x \Rightarrow x = 0,2109 \text{ m}$$

د  $x$  دغه قیمت د  $Y$  د پیدا کېدو لپاره پکارېږي چې  $\delta_V$  ورته وایي چې نوموړی قیمت د عمودي مرکبي  $AB$  او  $X$  الجبري مجموعه ده یعنې ښکته خواته

$$V = \text{خواب:} \leftarrow \text{ښکته خواته} = 0,0103 \cdot \frac{3}{5} + 0,2109 \cdot \frac{4}{5} = 0,02305 \text{ m}$$

که چېرې موږ Fig 2-7b ته بېرته راوگرځو (مراجعه وکړو) موږ اوس کولی شو د  $Q$  زاوې اندازه (magnitude) د  $AB$  او  $BC$  د دوران له لپارې پیدا کړو، موږ لرو چې:

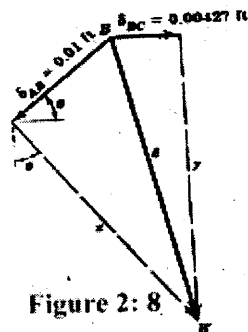
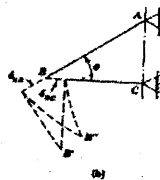
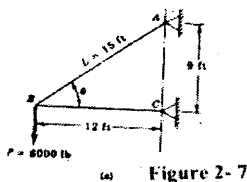
$$[\theta = \frac{s}{r}], \infty_{AB} = x / L_{AB} = 0,2109 / 15 = 0,0014 \text{ radian} = 0,0806 \dots \text{degree}$$

$$[\infty_{BC} = \frac{Y}{L_{BC}} = 0,02305 / 12 = 0,00192 \text{ radian}]$$

دغه دورانونه  
(گرځېدنه) ډیره لږه

$$= 0,1101 \text{ deg ree}$$

ده او دا مناسبه ده چې  $AB$  او  $BC$  جېټونه  
د  $AB$  او  $BC$  میلود اصلي جېټونو سره موافق و ټاکل شي.



# بې ځايه کېدنه

## 2:4 Movement

د هوک قانون، د

تشنجاتو او تغیر شکل

فورمولونه او افادې

مخکې ورکړل شوي دي

هغه اړیکې چې د

سوچه بې ځايه

کېدنې (حرکت) په

تيوري کې چې تر لاسه شوي دي ممکن د هغو حالاتو لپاره سره شریکې شوي وي چې کله د میلې په عرضي مقطع کې نورمالي تشنجات ناموجود وي او یا د هغوی د مقدار څخه صرف نظر شوي وي هغه تخریب چې د بې ځايه کېدنې (حرکت) څخه را پېدا کېږي د پرېکېدلو (فلزاتو لپاره) او ماتېدلو (د لرگي) (او نورو لکه تیگي) لپاره په نوم یادېږي.

د پیرو لنډو میلو په عرضي مقطع کې مماسي تشنجات او یو ځای کوونکې عناصرو (بولټ، پرچې) او همدارنګه د ولېنګ بخیو کې تشنجات په شرطې فورمولو سره محاسبه کېږي ټاکل شوي ده چې مماسي تشنجات په مقطع باندې مساوي وشیلې دي او د

$$\tau = \frac{P}{A} (\text{pa} / \dots \text{kg}/2) \dots (2.8)$$

لاندې افادې په واسطه محاسبه کېږي.

P- د پریکولو قوه ده، A- د هغې مقطع مساحت دی چې دغه قوه ورباندې عمل کوي.

نسبي حرکت (بې ځايه کېدنه) یا د بېځايه کېدنې زاویه په دې فورمول سره

$$\theta = \frac{\tau}{G} \dots (2.9)$$

پېدا کېږي: د G - د بېځايه کېدنې مودول دی (۱-۱ جدول وګورئ)

امتدای نسبتي تغیر شکل د مربع د وترونو په مسیر باندې چې د بې ځايه

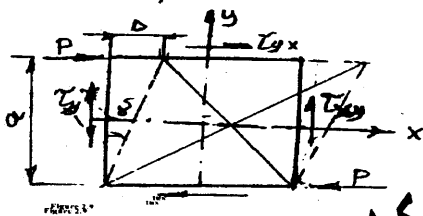
کېدنې په سطحه کې پراته دي

$$\epsilon_{1,3} = \pm \frac{\tau}{2G} \dots (2-10)$$

شکل ۹-۲ د عمده تغیر شکل څخه

عبارت دی.

د حجم بدلون په سوچه بې ځايه کېدنې کې موجود نوي تغير شکل يوازې د شکل (فورم) د تغير سره بدرگه کېږي په دې معنی چې سوچه بې ځايه کېدنه د سطحې متشنج حالت يوازينی شکل (ډول) څخه عبارت دی.



ښه ۲، ۹

## په محکموالي کې محاسبه کول

په بې ځايه کېدنه کې يو شمېر د وصلیي عناصر لکه (پرچې گانې، بولټونه، فانی د ولېنگ بخی او نور) چې په عامه وينا ميلې نه گڼل کېږي د دې عناصرو واقعي کار ډير سخت دی او د سوچه بې ځايه کېدنې د تيوری استعمال د هغوی د محاسبه کولو لپاره يو شرطي خاصیت لري د دې محاسبو مشروطوالې مخکې له هر څه په دې کې متشکل دی چې د بې ځايه کېدنې په صورت کې (په بولټونو، پرچې گانو او نورو کې) په مقطع کې مماسي تشنجات نا برابر ویشل کېږي. (اېنډول کېږي) او بدون له دې څخه په گونجي کېدلو او کوډوالي کې تشنجات پکې را پېدا کېږي نو د دې محاسبو اطمینان تسل او آسانتيا په عملي لارښودونو متکي ده او د طرحه ريزی پر عمل کې (ډگر کې) يې پراخه استعمال موندلی دی، د پریکېدلو په صورت کې د محکمیة شرط داسې شکل لري:

$$\tau = \frac{Q}{A} \leq R_{ter} \quad \text{X.or} \quad \tau = \frac{Q}{A} \leq [\tau] \dots (2:11) \quad \text{د پر کېدنې لارمې}$$

$$A = \frac{Q}{R_{ter}} \quad \text{or} \quad A = \frac{Q}{[\tau]} \quad \text{مساحت عبارت دی له:}$$

$$\text{Kg/cm}^2 \quad \text{or} \quad \text{Mpa} \quad [\tau]$$

Mpa یا Kg/Cm<sup>2</sup> جدول 2-5، 2-

جدول (2.5.1) د طرحه شويو فلزاتو لپاره احتمالي مجازي تشنجات  $\sigma$  په Mpa يا  $\text{Kg/cm}^2$

د قوې ډول	steel/5 پولاډ	Steel/4, st-3.kp	St.3, st.2, st.1.
	د اساسي مجازي نورمالي تشنجات په صورت کې 175-210 (1750-2100)		
	175 - 210 (1750 - 2100)	140 - 170 (1400 - 1700)	120 - 145 (1200 - 1450)
پری کېدنه د خنډو غوڅېدنه	120-150(1200-1500)	90-110(900-1100)	80-100(800-1000)
	260-315(2600-3150)	210-255(2100-2550)	180-220(1800-2200)

جدول 2.5.2

د قوې ډول	پولاد steel		=			چون		
	L2		L2 (کم شوې)		L1			
	د اساسي نورمالې مجاذي تشنجاتو په صورت کې							
پریکېدنه د تماس پر وخت کې	180	210	150	180	120	150	100	120
	180	2100	1500	1800	1200	1500	1000	1200
	135	160	115	135	90	115	25	30
ځایي غونجېدل: د بېن ازاد A B	1350	1600	1150	1350	900	1150	250	300
	130	150	110	130	85	115	65	80
	1300	1500	1100	1300	850	1100	650	800
	700	800	600	700	500	600	350	420
	7000	8000	6000	7000	5000	6000	3500	4200
	500	600	400	500	335	430	250	300
	5000	6000	4000	5000	3350	4300	2500	3000

نوټ: د ازاد تماس A په صورت کې غونجېدل د ثابتو ودانیو متحرکو اتکاگانو پورې اړه لري.

جدول 2,5-3 مجازي تشنجات Mpa يا  $\text{Kg/Cm}^2$  د پرچې وصلیې او بولټي وصلیې په صورت کې د اساسي بارونو په وخت کې.

نمونه	د قوت ډول	St.4 kp	St.3 p St.3	St.2
پرچېگاني	پريکېدنه	140 (1400)	له 95(950) څخه تر 140(1400)	له 95(950) تر 140(1400)
بولټونه: صفا (پاک)	غونجېدنه	350 (3500)	له 280(2800) تر 320(3200)	له 240(2400) تر 280(2800)
ناپاک	پريکېدنه غونجېدنه	140 (1400) 350 (3500)	120 (1200) 320 (3200)	12 (120) 280 (2800)
	پريکېدنه غونجېدنه	140 (1400) 350 (3500)	80 (800) 200 (2000)	70 (700) 170 (1700)

جدول 4-5، 2 د پرچې وړي (نښتني) محاسبوي مقاومتونه

تشنج حالت او د نښتني گروپ	محاسبوي مقاومتونه Mpa يا Kg/cm <sup>2</sup>						
	شرطي عداد ټاکنه	پرچې گاني په کشش او پريکېدنه کې د حل فعاليت کوي او د پولادو مارک: جوړوي		د جوړښتونو د عناصرو د وړي غونجېدل عناصر چې د پولادو گلاس: جوړوي			
		St-2	O7g2	C38/ 23	C44/ 29	C46/ 33	C52/ 40
پرېکېدنه B { C = غونجېدنه B { C = کشش	پرچې پرې شوي	180 1800	220 2200	=	-	-	=
	Rcp غونجېدنه			420 (4200)	-	=	=
	Rcm			380 3800	520 5200	5800	680 6800
		120 1200	150 1500			-	-

نوټ: B گروپ کې هغه پرچې گانو وړي راځي چې پرچې گاني په سوريو کې ايښودل شوي وي.

- (a) برمه يي په طرحه يي قطر د ټولوني په عناصرو کې.
- (b) په طرحه يي قطر برمه شوې په جدا گانه عناصرو او پرزه جاتو په کڼدو کتر کې.
- (c) گروپ کې هغه پرچې گاني راځي چې په سوريو کې په يخ ډول داخلې شوي وي.

مجازي بار (قوه) چې پريکېدنه را پيدا کوي.  
 $Q_{Alow} = [\tau] \cdot A$   
 دلته  $[\tau]$  په پريکېدنه کې مجازي تشنجات  $[\tau]$  دي هغوی نظر د

محکموالي تیوری ته سره توپیر لري د محکموالي د I تیوري په اساس

$$[\tau] = \frac{[\sigma]}{I + M} \dots\dots\dots \text{د II تیوري په اساس} \quad [\tau] = [\sigma]$$

مثلا د پولادو لپاره د  $M = 0,3$  په صورت کې  $[\tau] = (0,75 + 0,8)[\sigma]$

د کانکریټ لپاره  $M = 0,16$  نو  $[\tau] = 0,16[\sigma] \rightarrow [\tau] = 0,86[\sigma] \dots\dots\dots$

د III تیوري په اساس  $[\tau] = 0,5[\sigma] \dots\dots\dots \rightarrow$

او VI تیوري په اساس  $[\tau] = 0,85[\sigma] \dots\dots\dots \rightarrow$

Q- محاسبوي قوت دی چې په پرکیدنه کې د حدي حالت په صورت کې

Ext.  $Q = Q_n$  دی

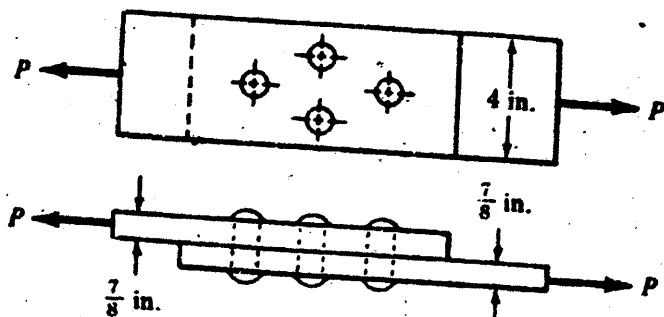
m- د کار د شرطونو ضریب

n- د بار د بیا بارولو ضریب

Rtear - په پریکیدنه کې محاسبوي مقاومت دی.

مجازي تشنجات او محاسبوي مقاومتونه په 1-8, 1-9, 1, 4.5-4 جدولونو

کې درج شوي دي.



۲،۱۰ بڼه

# ٦:٢ د پرچې وصلې محاسبه کول

د ستا تيکي بارونو د عمل په صورت کې اټکل کېږي چې هغه قوي چې بي  
ځايه کيدنه راپيدا کوي د پرچې وصلې دهرې پرچې لپاره يو شان دي .

$$\tau = \frac{P}{\frac{\pi d^2}{4} nk} \leq [\tau] \quad \text{دمجازي تشنجاتو له مخې محاسبه کول:}$$

دلته - d د پرچې قطر دی، k - د پرې کيدنې شمير دی، په ( Fig 2-10 ) کې  
دوه پريکيدونکي وصليه بنودل شوي ده دمحمکيت (2- 14) شرط له مخي

$$n = \frac{4p}{\pi d^2 K[\tau]} \dots\dots\dots(2;15) \quad \text{قطر غوره کوو او تعداد د پرچي گانو پيدا کوو.}$$

د پريکيدني څخه په غير پرچې گانې غونجيدل هم پيدا کوي دمحمکوالي  
کنترول دغونجيدلو له مخي اجرا کيږي خو په تقريبي ډول، دغونجيدلو  
مساحت دقطري سوري له مخي مشروط ټاکل کيږي  $d\delta$  چي  $\delta$  د پاني

$$\sigma_{sm} = \frac{P}{nd\delta} \geq [\sigma]cm \dots\dots\dots(2;16) \quad \text{ډبلوالي دي چې P قوه يې ورکوي.}$$

په غونجيدلو کې دمحمکوالي شرط

$$n = \frac{P}{d\delta[\sigma_{sm}]} \dots\dots\dots(2;17) \quad \text{لدي ځاي څخه د پرچي گانو لازمي تعداد عبارت دي له:}$$

دمحاسبې لپاره د n څخه زيات منل کيږي چې دپورته فورمولونو په واسطه  
پيداشوي دي . مجازي تشنجات په 2.5.3. جدول کې موجود دي .

$$\sigma = \frac{P}{\delta[b-dn]} \leq [\sigma] \dots\dots\dots(2;18) \quad \text{دضعيفو سوريو لپاره:}$$

b او  $\delta$  دمقع ( پاني ) اندازې دي:

$$\frac{N}{nk_{cp} \frac{\pi d^2}{4}} \leq R_{sm} \dots\dots\dots( 2;18 ) \quad \text{n - په کتل شوي مقطع کې}$$

دسوريو شمير دي دحدي حالت له مخي

$$\frac{N}{nd \sum \delta} \leq R_{sm} \dots\dots\dots( 2;19 ) \quad \text{دبولتي او پرچې وصلې په}$$

صورت کې محاسبوي فورمولونه لاندې شکلونه لري.

پرچي گانو او بو لټونو محاسبه په پريکېدنه کې:  
په غونجېدنه کې:

د پرچي گانې په کشش کې (سرونه غورځېدل، يا پريکېدل)

$$\frac{N}{n \frac{\pi d^2}{4}} \leq R_{cp} \dots\dots (2;21)$$

په کشش کې د بولټونو  
N - محاسبوي امتدادي

قوه ده چې په وصلیه باندې اغیزه کوي.

$$\frac{N}{nA 4t} \leq R_{cp} \dots\dots (2;22)$$

-n د پرچي گانو يا بولټونو تعداد په  
وصلیه کې دي.

-Kcp دیوي پرچي یا بولټ د کارنده پریکیدنو تعداد دي.

-d د پرچي لپاره په پاڼه کې د سوري قطر یا د بولټ خارجي قطري.

د عناصرو اضغري پنډوالي دي چې په یوه جهت بدلون مومي.

-Rcp په پریکیدنه کې د پرچي یا بولټ محاسبوي مقاومت دي.

-Rsm (Rt) محاسبوي مقاومت د غونجیدلو لپاره دي (چې د بار د فشار

لپاره د بولټ خارجي قطر دی.

-Rσp په بولټونو کې د کشش محاسبوي مقاومت Anit د بولټ د خالص

$$A_{nit} = \frac{\pi}{16} (d_2 + d_3)^2$$

مقطع مساحت دي چې په لاندې فورمول سره  
پیدا کیږي.

d<sub>2</sub> - دنري (چوری) نورمال منځني قطري.

H, d<sub>3</sub> = d<sub>1</sub> - H/6 دنري تیورتيکي لوړ والي دی.

d<sub>1</sub> - د نري نور مالي داخلي قطر دي.

د d<sub>1</sub>, d<sub>2</sub> او H اندازې د 9150 - 59 Stand: څخه اخلي چې د mm څخه

نیولي تر 600mm پوري قطر لري چې متریک چوري لپاره اساسي اندازي

دي. نوټ: 1- د بولټونو لپاره د 16 څخه تر 27 ملي مترو پوري قطرونه:

دمقطع خالص مساحت د 9150 - 59 Standard مطابق اخستل کیږي.

27 24 22 20 18 16 د بولټ قطر 1.60 1.97 2.49 3.08 1.60 mm

4.67 3.59 4.62 35,4.62 خالص مساحت Cm2.



بولټونه او پرچي گاني چه په يووخت کې هم په پريکيدني اوهم کشش کې کار کوي هريو بيلابيل په پريکيدنه او کش کي کنټروليږي.

## ۲۰۷ ډولونگي وصليو مناسبه کول

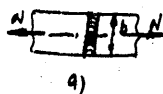
د ډولونگ بخۍ د سټيکونو د نښلولو د (يوخايکولو) په صورت کې (شکل 2-11 a) په کشش (فشار) کې دمحکموالي د شرط له مخي محاسبه کيږي.

$$\sigma = \frac{N}{Ls\delta} \leq [\sigma] \dots\dots\dots 2.2.4 \quad \text{دلته } Ls=b-1Cm \text{ ډولونگ د بخۍ محاسبوي اوږدوالي}$$

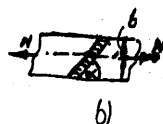
دي  $\sigma$  - ډولونگ د پاڼو (لستونو) پنډوالي دي

[ $\sigma$ ] - په کشش (فشار) کې ډولونگ د بخۍ مجازي تشنجات دي  
جدول 2.5.6

په سټيک دمايلي بخۍ سره دوصليي محاسبه شکل (Figure 2; 11) د نورمالي او مماسي تشنجاتو له مخي اجراکيږي پدي صورت کې د محکموالي شرطونه لاندې شکل غوره کوي.



د 2; 11 بڼه



$$\sigma_{\alpha} = \frac{N \sin \alpha}{ts\sigma} \leq [\sigma] \dots\dots\dots (2.25)$$

$$\tau_{\alpha} = \frac{N \cdot \cos \alpha}{ts \cdot \sigma} \leq [\tau] \dots\dots\dots (2.26)$$

دلته  $Ls = \frac{b}{\sin \alpha} l_{cm}$  د بخۍ محاسبوي اوږدوالی دی. [ $\tau$ ] - په پريکيدنه کې د بخۍ مجازي تشنجات دي (جدول ۶-۵، ۲ وگوري)

# د غلطکي بڅيو محاسبه:

د څنگ او فلنجي - په مشروط ډول په پریکېدنه کې د مایلي مقطعی له مخې (Fig 2-12b) اجرا کوي، د محکموالي شرایط یې

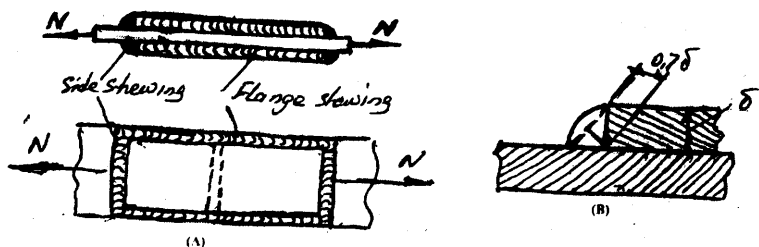
$$\tau = \frac{N}{0.7\delta \cdot ts} \leq [\tau \vartheta] \dots (2.27) \dots \dots \dots \text{عبارت دي له:}$$

دلته  $L_3$  د ولېنگ د بڅۍ اوږدوالی دی د غیر سمتریک پروفیلونو د

عناصرود ولېنگ په صورت کې (Fig 2-13) د ولېنگ د بڅۍ اوږدوالی د هرې خوا څخه ټاکل کېږي.

د ولېنگ د بڅيو محاسبه یا د ولېنگ وصالو محاسبه د حدي حالت په طریقه

کې د ستاندرټ مطابق د لاندې فورمولونو په واسطه اجرا کېږي.  
د ولېنگ وصالی په سټیک چې په کشش او فشار کې کار کوي. (Fig. 2-11) وگورئ.



$$\frac{N}{ls\delta} \leq R_w \dots 229$$

بڼه ۲:۱۲

دلته  $N$  - محاسبوي امتدادي قوه ده چې په وصاله باندې اغیزه کوي-  $L_s$  د بڅۍ محاسبوي اوږدوالی دی په هغه حالت کې چې د سټیک د حدوداتو څخه د بڅۍ انجامونه وتلي وي د مکمل اوږدوالي سره مساوي دي په بل

صورت کې محاسبوي اوږدوالي د بڅۍ د مکمل اوږدوالي څخه 10mm کوچنی نیسي.

σ - دوصلیدونکيې عناصرو ترټولو کوچنی پنډوالي دي.

R<sup>w</sup> - په کشش اوفشار کې دستیک دولږنګي وصلیې محاسبوي مقاومت

دي.

$$\frac{N}{\beta \cdot h \cdot s l s} \leq R_a^w \dots (2 : 30)$$



د زاویوی ولږنګ بڅي چي امتدادي او

عرضي قوي زغمي په پریکیدنه کې محاسبه کوي یعنی:

دلته  $h s$  - د زاویوي بڅي پنډوالی دی  $\beta$  - دولږنګ د ډول پورې اړوند

ضرب دي د یو ځل تیریدني اتوماتیک ولږنګ لپاره  $\beta = 1$  د دوه اودري

ځلي تیریدني اتوماتیک ولږنګ لپاره  $\beta = 0.9$  د یو ځل تیریدني نیمه

اتوماتیک ولږنګ لپاره  $\beta = 0.85$  دي.

د دوه اودري ځله تیریدني نیمه اتوماتیک ولږنګ لپاره  $\beta = 0.8$

دلاسي ولږنګ لپاره اوهمدارنګه د دري ځلي څخه زیات

تیریدني اتوماتیک اونیمه اتوماتیک ولږنګ لپاره  $\beta = 0.7$

دي.

Ls - د بڅۍ محاسبوي اوږدوالي دي چې د ۱۰ mm په پام کې نیولوسره

دهغې د بشپړ اوږدوالي سره برابر دي.

R<sup>w</sup> - زاویوی بڅۍ محاسبوي مقاومت دی.

مثال: په ستیک باندي د دوه ټوټو چې 220X10mm اندازې لري د ولږنګ

وصلیې محاسبه کړئ که چیرې د ټوټو د موادو ډول پولاد 46/33 s t وي

کششي قوه  $N = 560 \text{ KN}$  یا (56Ts) د ولږنګ لاسي دی. دولږنګ

سیخان (الکتروډ) 50A دی پیدا کوو.

$$R_p^s = 250 \text{ Mpa} [2500 \text{ kg / cm}^2]$$

$$\sigma_s = \frac{N}{\delta \cdot l_s} = \frac{5600,000}{1 \cdot 10^{-2} (22 - 1) \cdot 10^{-2}} = 266,7 \text{ Mpa} \geq R_p^s = 250 \text{ Mpa}$$

حل (Solution):

د 2.4.7 جدول څخه د ولېنگ محاسبوي مقاومت پيداكوو (راخلو) د ولېنگ بڅۍ كې تشنجات ټاكويآ محاسبه كوو، مستقيم ستيك دوصليې (نښتنې) محكموالي (مضبوطوالي) نه گرانتي كوي مآيل ستيك گورو چې اښودنه يې 1:2 ده په دې صورت كې د بڅۍ محاسبوي اوږدوالي:

$\sigma_s = 24.3 \text{ Mpa}$  تشنجات او په بڅۍ كې  $l_s = 24.1 \text{ cm}$  چې

$R_p^s = 250 \text{ Mpa}$  څخه 2,6% لږ دي.

جدول 2.5-6

په ولېنگ كې مجازي تشنجات $l_p \text{ [kg/cm}^2]$ جدول 2,5,6			
د ولېنگ شكل	لاسي ولېنگ كاري		اتوماتيك
	نازك	ډبل (پي)	ولېنگ كاري
شكل 3	100 (1000)	130 (1300)	130 (1300)
فشار 3	110 (1100)	145 (1450)	145 (1450)
پريكېدنه [t3]	80 (800)	110 (1100)	110 (1100)

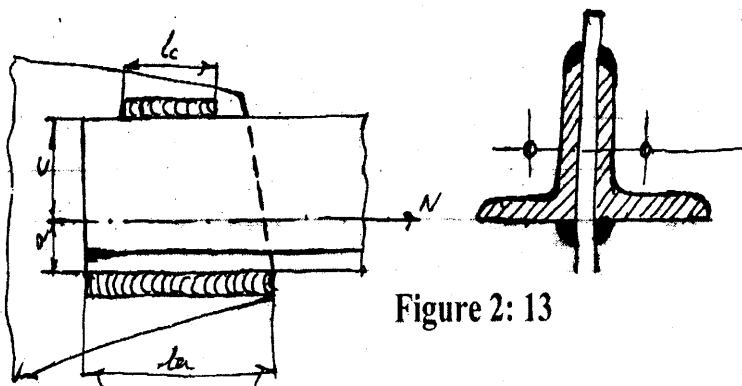


Figure 2: 13

## د پواسن نسبت

# Poissons Ratio $\mu$

دوه محوره او درې محوره تغیر شکل (دبني بدلون)

Biaxial and Triaxial Deformation

دالاستکي تغیر شکل یوه بله نمونه (ډول) بدلون دي چې په متقاطع اندازو کې محوري کشش یا فشار را پیدا کوي تجربې و بنای که چېرې یوه میله د محوري کشش په واسطه اوږده شوي وي نوپدي صورت کې په متقاطع اندازو کې کمبود راځي Simeon D.Poisson په 1811 کال کې وښودله چې د في واحد تغیر شکل یا Strain نسبت په دغه مسیر (جهت) کې دتناسبي حد په شمول د فشار (تشنجاتو) لپاره ثابت دي په نسبت ددي چه نوموړي دغه نسبت ایجاد کې نوموړي نسبت دهغه په نوم پس لږي یاد شو اوپه لاندې ډول پیدا کيږي.

دلته  $\epsilon_x$  د  $X$  په مسیر باندي د فشار په  $\gamma = -\frac{\epsilon_y}{\epsilon_x} = -\frac{\epsilon_z}{\epsilon_x} \dots 2,31$  نتیجه کې Strain دي.

او  $\epsilon_x$  او  $\epsilon_y$  په مقابل عمودي جهتونو باندي څرگندیدونکي Strain دي منفي علامه په متقاطع اندازو کې کمبود وښی کله چې یوازي  $\epsilon_x$  وي لکه چي دکششي اوږدیدني په حالت کې چې دي (tencile elongation)

د poisson نسبت مونږ ته اجازه راکوي چي د Biaxial stress په صورت (حالت) کې uniaxial stress ته انکشاف ورکړو ځکه نوکه چيري په یو وخت دیو عنصر د  $X$  او  $Y$  په محورونو کې فشار غوښتل شوي وي نو د  $X$  په جهت باندي دکششي تشنجاتوپه نتیجه کې Strain عبارت دي له  $\epsilon_x = \sigma_x / E$  په یو وخت کي کششي تشنجات  $\sigma_y$  په ډیر کم د  $X$  په جهت کي د  $\gamma = \sigma_y / E$  په اندازه تولیدشي پس نونتيجوي unit deformation یا

Strain د X په جهت باندې عبارت دي له: په ورته ډول مجموعي

د Y په جهت باندې عبارت دي له:

$$\epsilon_x = \frac{\sigma_x}{E} - \frac{\sigma_y}{E} \dots 2,2$$

دا خبرنو دوه افادو څخه لرو چې:

بعدي انكشافات د دې بحث پلاندي افادو

$$\epsilon_y = \frac{\sigma_y}{E} \sqrt{\frac{\sigma_x}{E}} \dots 2,33$$

$$\sigma_x = \frac{(\epsilon_x + \gamma \epsilon_y) E}{1 - \gamma^2} : \sigma_y = \frac{(\epsilon_y + \gamma \epsilon_x) E}{1 - \gamma^2} \dots 2,34$$

کې د Strain لپاره چې په عین وخت په دري محوره کششي تشنجاتو کې پیدا کېږي په لاندې ډول دي:

دغه ټول مساواتونه د فشاري اغیزو لپاره هم معقول او جائز دي. دغه

$$\left. \begin{aligned} \epsilon_x &= \frac{1}{E} [\sigma_x - \gamma (\sigma_y + \sigma_z)] \\ \epsilon_y &= \frac{1}{E} [\sigma_y - \gamma (\sigma_z + \sigma_x)] \\ \epsilon_z &= \frac{1}{E} [\sigma_z - \gamma (\sigma_x + \sigma_y)] \end{aligned} \right\} \dots (2,35)$$

ضروري ده چې مثبتې علامې د اوږدېدنې او کششي تشنجاتو لپاره او برعکس منفي علامې د مخالف عمل اوفشاري تشنجاتو لپاره په نښه شي یوه ډیره مهمه رابطه یا اړیکه چې د درې ثابتو  $E, G$  او  $\gamma$  ترمنځ د ورکړل شوو موادو لپاره موجوده ده عبارت ده له:

$$G = E / 2 (1 + \gamma) \dots 2,36$$

کولو لپاره نوموړې افاده گټوره ده د پیوسن د نسبت (ضریب) عام قیمتونه 0.25 څخه تر 0.30 پورې د پولادو (Steel) لپاره او تقریبا 0.33 دنورو ډیرو فلزاتو لپاره او 0.20 د کانکریت لپاره دي

مثال: Example

دهریو ورکړل شوي موادو نمونه غوښتل شوي ده دیونیفارم دري محوره تشنجاتو (uniform triaxial stresses) لپاره د پیوسن د نسبت تیوریکي اعظمي قیمت پیدا کړي.

$$\text{حل (Solution): } E_x + E_y + E_z = \frac{1-2\gamma}{E} (\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z) \dots a$$

که چيري (2.8 5) مساواتونه سره جمع کړو پلاس راوړو چې:

د (uniform triaxial stresses) لپاره لورو چې:  $E_x = E_y = E_z = E$  او

$\sigma_x = \sigma_y = \sigma_z = \sigma$  او  $E = (\rho - 2\gamma)(\sigma/E)$  ځکه نو  $E$  او  $\sigma$  بايد يو شانته علامه

ولري او دا چې  $(1 - 2\gamma)$  بايد مثبتې علامه ولري چې عبارت ده له:

$$\text{مثال (Example): } 1 - 2\gamma \geq 0 \rightarrow -\gamma \leq \frac{1}{2} \dots \text{ans}$$

يودروند المونيمي شافت (وال) چې 80mm قطر لري په متمرکز توگه په

استوانه يې پولادي تيوب کي ځاي په ځاي شوي دي د پولادي تيوب تر ټولو

ورپو کي دننۍ (داخلي) قطر معلوم کړي په دي ترتيب چې هيڅ ډول مماسي

فشار په هغه وخت کي چې المونيمي شافت 400kN فشاري قوه (بار)

انتقالي وجود لري فرض کړئ چې:  $E_{al} = 70 \text{ GPa}$ .

$$\text{او } \gamma = \frac{1}{3} \text{ دی}$$

حل (Solutin): په المونيمو کي محوري فشاري تشنجات:

$$\left[ \sigma = \frac{p}{A} \right]; \sigma_x = -400 \times 10^3 \div \left[ (\pi / 4) (0,080)^2 \right] = -79,6 \text{ Mpa}$$

د یو محوري تشنجاتو (uniaxial stress) لپاره متقاطع بدلون دیني  
(trans vers strain) عبارت دي له:

$$[\epsilon_y = \gamma \epsilon_x = -\gamma \cdot \frac{\sigma_x}{E}]; \epsilon_y = -\frac{1}{3} \left( \frac{-79.6 \times 10^6}{70 \times 10^9} \right)$$

$$\epsilon_y = 379 \times 10^{-6} \text{ m / m}$$

ځکه نو مطلوبه قطري صفایي (diametral clearance) عبارت دي له:

$$[\delta = \epsilon L], \delta_y = (379 \times 10^{-6})(80) = 0.0303 \text{ mm.}$$

د تیوب مطلوب دنني قطر عبارت دي له: د المونیمي شافت اصلي قطر

$$D = 80 + 0.0303 \text{ mm} = 80.0303 \text{ mm} \text{ :ans}$$

تمرین:

سوال:

یو مضبوط سلنډر چې د قطر لري او د P قوي تراغیزي لاندې واقع دي

و بنیاست چې د قطر بدلون یې  $\Delta p \gamma / \pi E d$  دی.

سوال:

150mm اوږد برونزي تیوب چې یو انجام یې ترلې دی (بند دي) قطري

80mm اوږد دیوال پندوالی یې 3mm دي دا بدون د صفایي څخه دیو بلاک

په سوري کې ایښودل شوي دي تیوب داخلي 4.00Mpa فشار ته ضرورت

لري وگڼي چې  $\gamma = 1/3$  او  $E = 83 \text{ Gpa}$  په تیوب کې مماسي تشنجات پیدا

$$\text{ans} = 8.89 \text{ Mpa}$$



# ۲،۹ ستاتيکي ناپاکي اجزاوې

## Statically Indeterminate Members

دلته د محوري بار شوو اجزاو يو يقيني شريکوالی موجود دی چې د ستاتيک تعادلي معادلې په کې د مسئلې د حل لپاره بس نه دي هغه سيستمونه چې يوازې د ستاتيک تعادلي معادلو په مرسته يې حل شوي نه دي د نا ټاکلي ستاتيکي سيستم په نوم ياديږي پاتې نورې معادلې يې د بڼې د بدلون د مطابقت (توافق) د شرطونو څخه ترتيبوي. د تکميلې معادلو شمېر د سيستم د ستاتيکي نا ټاکليتوب طاقت (درجه) معلومي.

۱ په ستاتيکي نا ټاکلي سيستمونو کې د داخلي قوو ايښودل (ترتېبول) د

### د ستاتيکي نا ټاکلي سيستمونو ځانګړنې:

عناصرو د سختوالي د تناسب پورې اړه لري په موجوده عنصر کې د سختۍ د زياتوالي سره قوه په ذکر شوي عنصر کې زياتېږي (لوئيرې) او په نورو کې کمېږي.

۲ په ستاتيکي نامعلوم ستمونو کې کېدای شي د خارجي قوو د نه موجوديت (نشتوالي) په صورت کې د بېلابېلو عناصرو د صفايي يا دقيقوالي د نشتوالي له امله تشنجات را پېدا شي چې دغه شيان د اتکايي محکموالي د خو ځېدنې او همدارنګه د حرارت د تغير په صورت کې ممکن دی.

مثال: په 14-2 شکل کې ښودل شوي ستاتيکي نا ټاکلي سيستم په ميلو کې قوي معلومې ګرې نوموړې ميله يو بې نهايت سخت بروس دی چې د درې ميلو په واسطه ځوړند دی. څنگونو ته عناصر يې پولادي دي چې مساحت يې سره مساوي دي.

منځنې يې د مسودې چې مساحت يې  $A_2=3A_1$  دی  $F=100\text{KN}$  د پولادو  
د ارتجاعيت مودول  $E_{cu} = 1.10^5 \text{ Mpa}$ ,  $E_{st}=2.10^5 \text{ Mpa}$

$a = 1\text{m}$ ,  $L_3 = 1.0\text{m}$ ,  $L_2 = 1.5\text{m}$ ,  $L_1=0.8\text{m}$ ,  
 $C = 0.8\text{m}$ ,  $b=0.5\text{m}$

حل (Solution) د پرې کولو میتود څخه کار اخلو او د تعادل شرطونه  
ترتیبو.

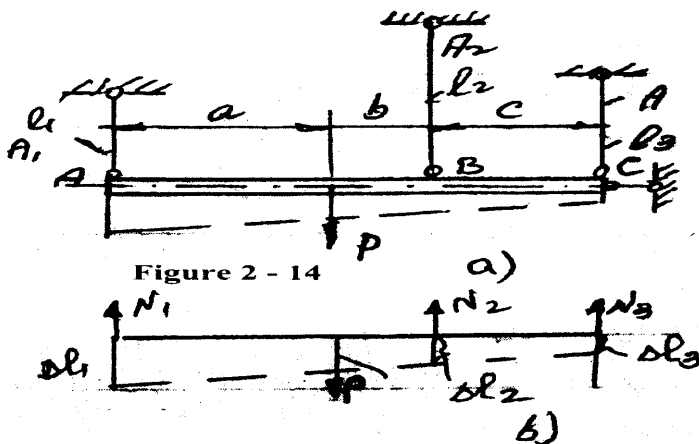


Figure 2 - 14

$$\sum Y = N_1 + N_2 + N_3 - P = 0$$

$$N_1 + N_2 + N_3 = 100\text{KN} \dots (a)$$

$$\sum M_A = N_2(a+b) - P \cdot a + N_3(a+b+c) = 0 \dots (b)$$

$$1.5 N_2 + 2.3 N_3 = 100\text{KN} \text{ or } \dots \text{ او يا}$$

د تعادل د دوه معادلو څخه  $N_2$ ,  $N_1$  او  $N_3$  د درې نامعلومو مقدارونو

معلومول مجاز ندي. پاتې نيمگړي معادلې ترتيبوو د دې لپاره د تغير

$$\frac{\Delta L_1 - \Delta L_3}{a+b+c} = \frac{\Delta L_2 - \Delta L_3}{c} \quad \text{2-14b شکل استعمالوو}$$

دغه تغير شکل د شریکوالي معادله ده ځنې چې

$$\Delta L_1 = \frac{N_1 L_1}{E_{st} A_1}; \Delta L_2 = \frac{N_2 L_2}{E_{cu} A_2}; \Delta L_3 = \frac{N_3 L_3}{E_{st} A_1}$$

د سوال ورکړل شوي معلومات په ورکړې شوي اخيري مساوات کې وضع

کوو پلاس راوړو:

$$\frac{1}{a+b+c} \left( \frac{N_1 L_1}{E_{st}} - \frac{N_3 L_3}{E_{st}} \right) = \frac{1}{c} \left( \frac{N_2 L_2}{3 E_{cu}} - \frac{N_3 L_3}{E_{st}} \right)$$

$$0.174N_1 - 0.625N_2 + 0.407N_3 = 0 \dots (c)$$

د a, b او c معادلي په گډه حلوو او غوښتل شوې نامعلوم کمیتونه

پیدا کوو:  $N_1 = 46\text{KN}, N_2 = 29\text{KN}, N_3 = 25\text{KN}$ .

مثال: په 15-2 شکل کې ښودل شوي ستاتيکي ناپاکلي سسټم کې قوي

(قوتونه) پیدا کړي، د نه دقیقوالي له امله منځنۍ میله  $\Delta t = 1\text{mm} > CD$

په اندازه د لازمي اندازې څخه لنډه ښکاره شوه. لومړني

$$\alpha = 30^\circ, L = 1\text{m}, A = 3\text{cm}^2$$

معلومات:

د ټولو میلو سختوالي یوشانته او سره برابر دي  $EF = 2.10^5 \times 3 \times 10^{-4} = 6 \times 10^4 \text{KN}$

حل (Solution):

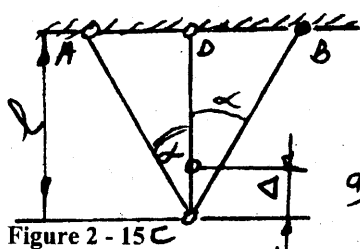


Figure 2 - 15 c

د ټولوني یا جمع اوري په وخت کې

دمیلو انجامونه په کشش سره یو

ځای شوي دي چې د منځني میلی

د کشش او دنورو یعنی اړخي میلو

د فشار سبب شوي دي. د زاوې

د بدلون (تغیر) څخه صرف نظر کوو او د C غوټي د تعادل څخه پلاس راوړو

$$\sum X = -N_1 \sin \alpha + N_3 \sin \alpha = 0$$

چې

یعني  $N_1 = N_3$

په سوال کې دوه نامعلوم شرطونه  $\sum Y = N_2 + 2N_1 \cos \alpha = 0 \dots (a)$

یا حالتونه موجود دي:

$N_1 = N_3$  او  $N_2$  په دې ترتیب سسټم یوځل ستاتيکي ناپاکلي دي د شکل

د بدلون د شریکوالي یا گډون معادله ترتیبوو د دې لپاره د ښي بدلون

هندسي شیما څخه کار اخلو (شکل 2.15b).

مقصد دادی چې:

$$\Delta l_1 = (\Delta - \Delta l_2) \cos \alpha$$

$$\Delta t_1 = \frac{t N_1}{\cos \alpha \cdot E \cdot A}$$

$$\Delta l_2 = \frac{L N_2}{E A}$$

او دښني د بدلون معادلي د نامعلومو کمیتونو  $N_1$  او  $N_2$  له مخې افاده کوو:

$$\frac{tN_1}{\cos \alpha EA} = \left( \Delta - \frac{tN_2}{EA} \right) \cos \alpha \dots\dots(b)$$

د (a) او (b) معادلي په ګډه سره حلوو او د سوال ورکړل شوي معلومات پکې وضع کوو پلاس راوړو:

$$N_1 = 15 \text{ kN (Compressive)} \dots\dots\dots (\text{فشار})$$

$$N_2 = 26 \text{ kN (tension)} \dots\dots\dots (\text{ککش})$$

په لاندې مثال کې د حرارت د بدلون له امله په ستاتيکي ناپاکلو ستمونو کې راپیدا کیدونکي تشنجاتو حسابول په ګوته کوو.  
مثال:

په (Fig 2-16) شکل کې ښودل شوي میلې (بروس) لپاره داخلي (دنده) قوي او تشنجات په برخو کې د حرارت د پورته کیدو په صورت کې  $\Delta t^\circ = t_1^\circ - t^\circ$  معلوم کړي د خطي انتشار ضریب  $\alpha \propto t$  دي.

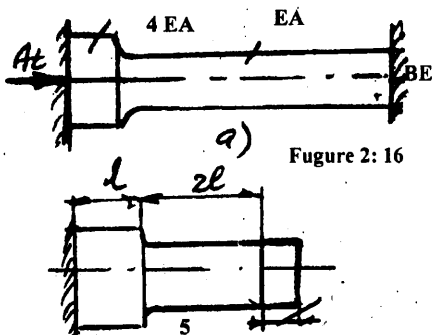


Figure 2: 16

حل (Solution):

د ګرموالي په صورت کې میلې هڅول کيږي چې اوږده شي او په غوټه (Joint) باندې فشار واردوي چې پکې اتکايي غبرګون  $Bt$  او  $At$  (reaction) راپیدا کيږي چې په برخو کې د داخلي قوتونو د مقدارونو

سره برابر دی د دوی د معلومولو لپاره د تعادل مقادله ترتیبوو  $At = Bt = 0$  د تعادل معادلي څخه یوازې څرګند کيږي چې  $At = Bt$  نو سوال ستاتيکي ناپاکلي دي دښې (شکل) د بدلون د ګډون د معادلو ترتیبولو لپاره د بروس یوانجام په خیالي ډول ازادوو (شکل b 2-16) پدې وخت کې هغه ازادنه د  $\Delta L_t = \alpha \times 3L \Delta t^\circ$  په اندازه اوږد کيږي د داخلي قوي  $N_t$  چې د مقدار له مخې د اتکايي عکس المعملونو سره برابره ده د اغېزې له امله بروس باید

په همدغه اندازه لنډ شى دا څكه چې د غوتو تر منځ فاصله بايد تغير ونه كړئ.....  
 $\Delta L_N = \Delta L_t$

يا لدې ځاى

$$\frac{NL}{4EA} + \frac{N \cdot 2L}{EA} = \alpha_t \cdot 3L \Delta t^\circ$$

څخه حرارتي (تودوخې) تشنجات پدې...

$$N = -\frac{4}{3} EA \alpha_t \Delta t^\circ$$

ترتيب ټاكل كيږي:

$$\sigma_t^{(1)} = -\frac{N}{4A} = -\frac{1}{3} E \alpha_t \Delta t^\circ$$

په لومړي برخه كې: ←

$$\sigma_t^{(2)} = -\frac{N}{A} = -\frac{4}{3} E \alpha_t \Delta t^\circ$$

په دوهمه برخه كې: ←

مثال:

## ۱۰ : ۲ مختلف النوعه موادو

د او سپنيز كانكريتي ستني

(پاي) په سيخانو

او كانكريت كې تشنجات

## څخه متشكل شوو ميلو محاسبه

معلوم كړي شكل ( Fig 2-17 ) كه چيري د پولادو ( سيخانو ) او كانكريت د

ارتجاعيت مودولونو ترمنځ نسبت 15 وي.  $P=600\text{KN}$ ,  $h=30\text{Cm}$  او د سيخ

قطر 22mm وي.

حل ( Solution ):

۱- قطع اجرا كوو دستني لاندینی

برخه غور ځوو او د پاسنی برخي لپاره

تعادل شرط ترتیبوو:

دلته  $\sigma_{con}$ ,  $A_{con}$  د كانكريت مساحت

او تشنجات دي.

$$P + N_a + N_{con} = 0$$

$$P + \sigma_a A_a + \sigma_{con} A_{con} = 0 \dots \dots (a)$$

په سيخانو كې  $N_a$  او كانكريت كې د  $N_c$  د قوو د معلومولو لپاره دستاتيك

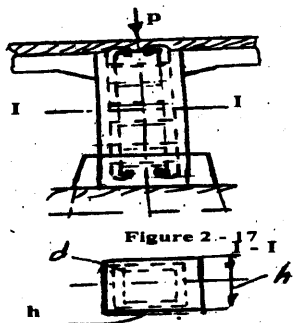
يوه معادله كافي نده سوال ستاتيكي ناټاكلي دي د بني د بدلون

(deformation) دگډون معادله ترتیبوو. لكه څنگه چې د سيخانو او كانكريت

ترمنځ نښتنه موجوده ده پس د سيخانو

$$\Delta l_a = \Delta l_c \frac{N_a l_z}{E_z A_z} = \frac{N_{con} l_{con}}{E_{con} A_{con}}$$

دي.



$$\epsilon_a = \epsilon_{con}$$

یا .....  
 گډو ڇي  $L_a$   $L_{con}$  دنسبي اوږديدني معادله پلاس

$$\frac{\sigma_a}{E_a} = \frac{\sigma_{con}}{E_{con}}$$

راوړو. یا .....  
 د سوال د شرط له مخي  $E_a = 15E_e$  بيانو د (b) افاده په (a) کې وضع کوو

$$p + 15\sigma_c A_a + \sigma_a A_c = 0$$

حاصلوو ڇي:  
 لدې ځايه د دې له امله ڇي ستنه

$$\sigma_c = -5,32 \text{ MPa} (-798 \text{ kg/cm}^2)$$

په فشار کې کار کوي تشنجات

$$\sigma_a = -79,8 \text{ Mpa} (-798 \text{ kg/cm}^2)$$

منفي علامه لري.

## ۱۱:۲ د تخريبي بارونو له مخي محاسبه

هغه بار ڇي د جوړښت د بشپړې له منځه وړني سبب کېږي د تخريبي بار پنوم ياديږي. پدې طريقه کې د محکموالي (مضبوطوالي) شرط داسي غوښتنه راولاړوي ڇي په جوړښت باندې ترټولو لويه قوه (لوي بار) د مجازي بار څخه تجاوز ونکړي ڇي د تخريبي بار او د محکموالي د ضريب (k) ترمنځ نسبت په واسطه ټاکل کېږي د حساب لپاره د تخريبي بارونو څخه ترټولو وړو کي منل کېږي ڇي د تخریب د ممکنه شیمه سره مطابقت کوي

$$P_{max} \leq [P] = P_{dis}/k$$

K- د محکموالي ذخيري ضريب دي ڇي د نورمونو له مخي ورکول کېږي  
 $P_{dis}$  - تخريبي بار دي. د پلاستيکي موادو څخه جوړشو و. جوړښتونو په عنصر کې د تخریب قوه د دې فورمول  $N_{dis} = \sigma_y \cdot A$  په واسطه پيدا کېږي د دي لپاره د کشش - فشار ساده شوي دیاگرام (Fig 2-18) (Diagram of)

د ماتيدونکو موادو څخه جوړ شوو جوړښتونو په عنصر کې تخريبي قوه  
 د محکموالي د حده مخي ټاکي:  
 $N_{dis} = \sigma_{stringth} A$

په ستاتيکي ناکلو سستمونو کې (Fig 2-19) په یو عنصر کې د بهیدني راپیداکیدل لا ټول جوړښت تخریب ته نه بیایې. د ټول جوړښت (s truction) د بشپړې له منځه وړنې سره د بهیدنې واحد رابکاره کیدل مطابقت کوي چې کم تر کمه د جوړښت په دوه عنصرونو کې راپیداکېږي.

دلته د تخریب درې شوني شیماگانې (میلو) شتوالې لري:

BE-1 او CG په میلو کې بهیدل، پدې حالت کې  $\Sigma MA = 0$ :

تخریبي قوه (بار) د تعادل د شرط څخه:  $p_{dis}^I = 2\sigma_y \cdot \Pi_3 + \frac{a}{b} \sigma_y \cdot A_3$ ; پیداکېږي:

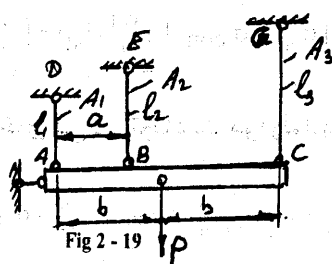
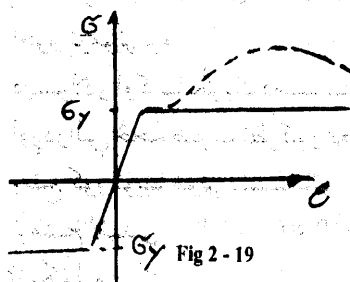
۲- د AD او CG په میلو کې بهیدل د  $\Sigma M_B = 0$

څخه لاسته راوړو:

۳- د AD او BE په میلو کې  $p_{dis}^{II} = \frac{\sigma_y \cdot A_3(2b-a) - \sigma_y \cdot A_1 a}{b-a}$  بهیدل.  $\Sigma MC = 0$  څخه پلاس راوړو:

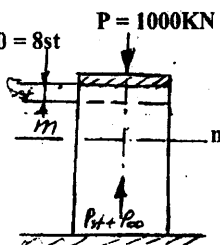
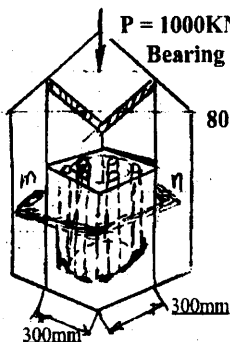
$$p_{dis}^{III} = \frac{2\sigma_y A_1 b + \sigma_y A_2(2b-a)}{b}$$

سجاري بار (قوه) د دې درې تخریبي بارونو څخه تر ټولو وړو کې بار له



مخې ټاکي چې په ذخيروي بار باندې نوموړې قوه وي شي.

سوال: یوه کانکريټي پوسته (شکل 2-20) د ۶ پولاډي سیمونو سره په سیټریک ډول چې دهریو سیخ مساحت  $600\text{mm}^2$  دی په محوري توگه ځای په ځای شوې ده که چیرې وارد شوی بار  $P = 1000\text{KN}$  وي نو په هروادو (جسم) کې انکشافی تشنجات محاسبه کړئ. دپولادود



ارتجاعیت

مودول (Module of elasticity) = 200 Gpa

او دکانکریټ لپاره د

ارتجاعیت مودول Econ

دی = 14 Gpa

حل: (Solution)

لکه چې په شکل کې

ښودل شوي ده وارد شوي بار او د مقاومت قوې په هر یو متقاطع مقطع (سکشن) m-n باندې یو Collinear system جوړوي د متواضع الاضلاع

$$[\Sigma F = 0]; P_{st} + p_{con} = 1 \times 10^6 \text{ N} \dots (a)$$

تراوسه کومه بله ستاتیکی موازینه موجوده نده چې وښایي په کوم تناسب بار د موادو هرې برخې (هر جسم ته) ویشل شوې دی مونږ د جوړښت (Structure) الاستیکی بدلون د ښې په نظر کې نیسود سمترې په واسطه د اښکاره ده چې دبیرنگ پلټ پولاد او کانکریټ مساویانه تخریب کړي دي ځکه نو  $\delta = \sigma L / E$  افاده د نوموړي مساوي تغیر شکل لپاره پکار

$$[\sigma_{st} = \sigma_{con}]; \left[ \frac{\sigma L}{E} \right]_{st} = \left[ \frac{\sigma L}{E} \right]_{con}$$

اچو نومونږ لرو:

د پولادو او کانکریټ د مساویانه

اوږدوالي څخه صرف نظر کوو یعنې اوږه ځای یې د ارتجاعیت مودولونه

وضع کوو نو بیا مونږ د تشنجاتو

$$\sigma_{st} = \frac{E_{st}}{E_{con}} \sigma_{con} = \frac{200}{14} \sigma_{con} = 14.3 \sigma_{con} \dots (b)$$

ترمنځ لاسدی

اړیکه لرو:

د (b) افاده د تشنجاتو لپاره حاکم ارتباط دی باید په یاد ولرو چې دا اړیکه

یوازې د هغه واقعیت پورې اړه لري چې مواد یوشانته تخریب وکړي

یا تغیر شکل ومومي. اوس لرو چې پکار واچوو چې:  $p = \sigma A$  و د

(a) مساوات بیا لیکو:

$$\sigma_{st} [6(600 \times 10^{-6})] + \sigma_{con} \{ (300 \times 300) - 6(600) \} \times 10^{-6} = 1 \times 10^6$$

$$\sigma_{st} (3.6 \times 10^{-3}) + \sigma_{con} (86.4 \times 10^{-3}) = 1 \times 10^6$$



د b له افادې څخه  $\sigma_{st}$  په  $14.3\sigma_{con}$  سره وضع کوو لرو چې:

$$14.3\sigma_{con}(3.6 \times 10^{-3}) + \sigma_{con}(86.4 \times 10^{-3}) = 1 \times 10^6$$

$$\sigma_{con} = 7.25 \times 10^6 \text{ N/m}^2 = 7.25 \text{ Mpa} \dots \dots \dots \underline{\text{ans.}}$$

اود (b) مساوات څخه لرو چې:  $\sigma_{st} = 14.3\sigma_{co} = 104 \text{ Mpa} \dots \dots \dots \underline{\text{ans}}$   
سوال:

په تیر سوال کې فرض کړئ چې مجازي تشنجات  $\sigma_{st} = 120 \text{ Mpa}$   
د P بار اعظمي قیمت محاسبه کړئ.  $\sigma_{con} = 6 \text{ Mpa}$

حل (Solution):

ناخبره شاگردان ممکن مجازي تشنجات یوازې دستاتیک تعادلي معادله کې وضع کړي اودابه غلطه وي ځکه چې دا د موادو مساویانه تغیر شکل په پام کې نه نیسي په تیر سوال کې (b) مساوات څخه مونږ ولیدل چې مساوي تغیر شکلونه لاندې حاکمه اړیکه د تشنجاتو ترمینځ حاصلوي.

ددې اړیکې څخه مونږ په یاد لرو چې که چیرې  $\sigma_{st} = 14.3\sigma_{con}$   
کانکریټ 6Mpa حد پورې متشنج شوي و په پولادو کې ځوابي تشنجات به وي:  
 $\sigma_{st} = (14.3)6 = 85.8 \text{ Mpa}$

ځکه نو پولاد نشي کیدای چې بدون د کانکریټ د اضافه متشنجوالي څخه د 120 Mpa حد پورې متشنج وي پدې وسیله (کارنده) واقعي تشنجات چې پیدا شوي دي باید  $\sigma_{st} = 85.8 \text{ Mpa}$  او  $\sigma_{con} = 6 \text{ Mpa}$   
او دا قیمتونه د ستاتیک تعادلي معادلې (a) کې وضع کوو پلاس راوړو.

$$\begin{aligned} P &= P_{st} + P_{con} = \sigma_{st} \cdot A_{st} + \sigma_{con} \cdot A_{con} \\ &= (85.8 \times 10^6)(3.6 \times 10^{-3}) + (6 \times 10^6)(86.4 \times 10^{-3}) \\ &= 827 \text{ kN} \dots \dots \dots \underline{\text{ans}} \end{aligned}$$

سوال:

یوه مسي میله د المونیمي سلندر په یوه سوري کښی داخله شوي ده مسي میله 0.005in طرحه شوې لکه چې په Fig 2-21 کې گورئ د بیرنگ پلیټ باندې اعظمي بار P محاسبه کړئ که چیرې لومړني معلومات چې په لاندې جدول کې ورکړل شوي دی استعمال شي.

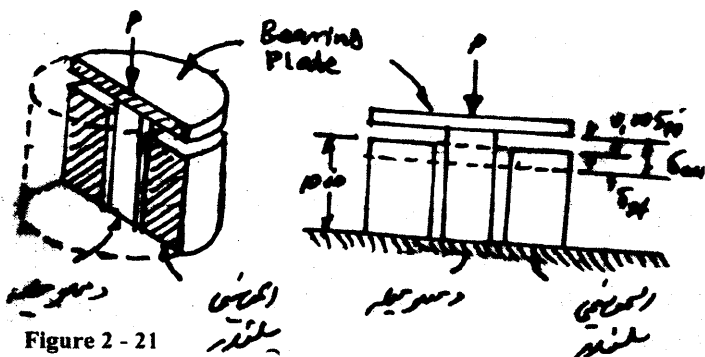


Figure 2 - 21

المونيم (Alumonuem) مس Coper			
(Area) مساحت (in <sup>2</sup> )	2	3	جدول *
E (psi)	17x10 <sup>6</sup>	10x10 <sup>6</sup>	
مجازي تشنجات (ksi)	20	10	

حل (Solution):

د دې لپاره چې د تشنجاتو ترمنځ اړيکه پيدا کړو په شکل کې ښودل شوي الاستيکي تغير شکلونه اضافه شوي دي لرو چې:

$$[\sigma_{cu} = \sigma_{al} + 0.005] \left( \frac{\sigma L}{E} \right)_{cu} = \left( \frac{\sigma L}{E} \right)_{at} = \left( \frac{\sigma L}{E} \right)_{al} + 0.005$$

د فیتونو د وضع کولو څخه وروسته په لاس راوړو چې:

د (a) مساوات د تشنجاتو ترمنځه  $\sigma_{cu} = 1.7\sigma_{al} + 8500$  .....  
 حاکمه رابطه ده دا معلومه ده چې:  $\sigma_{al} = 10.000 \text{ Psi}$

استعمالول د مسو تشنجات د 25500psi په اندازه اضافه کوي ځکه نو مس مسلط دي او د المونيمو ځوابي تشنجات د (a) مساوات څخه  
 $20000 = 1.7\sigma_{al} + 8500 \Rightarrow \sigma_{al} = 6770 \text{ psi}$  پيدا کيدای شي.

مجموعې بار عبارت دي

$$p = p_{cu} + p_{al} = A_{cu} \sigma_{cu} + A_{al} \sigma_{al} \text{ ..... له:}$$

کارنده تشنجات چې فقط اوس معلوم شول د وضع کولو وروسته لرو:

$$p = 2(20000) + 3(6770) = 60300 \text{ ..... 1b ..... ans}$$

سوال:-(Problem):

يوه افقي ميله چې وزن يې په پام کې نه نيول کېږي د A په نقطه کې خورنده ده (شکل 2-22) او فرض شوې چې سخته ده او په برونزي ميلې چې 2m اوږده او پولادي ميلې چې 1m اوږده ده متکي ده په لاندې ورکړل شوي جدول کې معلومات استعمال کړئ په هره ميله کې تشنجات محاسبه کړئ.

	Steel	Bronze	جدول (2)
Area (mm <sup>2</sup> ) مساحت	600	300	
E (Gpa)	200	83	
Proportionc Limit (Mpa) تناسبي	240	140	

حل (Solution):

په شکل کې ښودل شوې FBD وښی چې نوموړې ميله يوځل ستاتيکي ناپاکلې سيستم دی.

يوه مجهوله قوه موجوده ده چې د ستاتيک د تعادلي معادلې څخه پيدا کيدای شي. نسبت A نقطې ته دمو منتونو مجموعه په ميلو کې دقوو

$$[\Sigma M_A = 0] \quad 0.6p_{st} + 1.6p_{br} = 2.24(50 \times 10^3) \dots\dots(a)$$

رابطه

ورکوي.

بله رابطه چې د قوو ترمنځ موجوده ده د ميلو د شکل دالاسيکي تغيراتو څخه لاسته راځي.

$$\frac{\sigma_{st}}{0.6} = \frac{\sigma_{Br}}{1.6} \text{ or } \frac{1}{0.6} \left( \frac{pL}{AE} \right)_{st} = \frac{1}{1.6} \left( \frac{pL}{AE} \right)_{Br}$$

$$\frac{I_{Pst.(1)}}{0.6(600)(200)} = \frac{1}{1.6} \frac{P_{Br(2)}}{(300)(83)}$$

لدي ځايه څخه (b)  $P_{st} = 3.61 P_{Br}$  د (a) او (b) مساوات دحلولو

$$P_{st} = 115 \text{ KN}$$

$$P_{br} = 31.9 \text{ KN}$$

څخه په لاس راځي:

د تشنجاتو د محاسبه کولو په صورت کې لرو:

$$\sigma_{st} = \frac{P_{st}}{A_{st}} = \frac{115 \times 10^3}{600 \times 10^{-6}} = 192 \times 10^6 \text{ pa} = 192 \text{ MPa} \dots \dots \text{ans}$$

$$\sigma_{Br} = \frac{P_{Br}}{A_{Br}} = \frac{31.9 \times 10^3}{300 \times 10^{-6}} = 106 \times 10^6 \text{ pa} = 106 \text{ MPa} \dots \dots \text{ans}$$

څرنگه چې دواړه تشنجات دمجازي تشنجاتو څخه لږ دي لذا ځوابونه د منلو وړ دي.

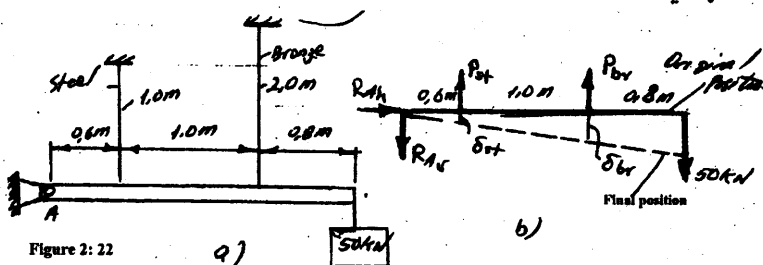


Figure 2: 22

## 22-2 حرارتي تشنجات (Thermal stresses)

دا ښه معلومه ده چې په حرارت کې بدلونونه د اجسامو د انبساط یا انقباض سبب کېږي د خطي تغیر شکل مقدار  $\delta L$  د لاندې اړیکې په واسطه څرگندېږي.

$$\delta L = \alpha L (\Delta T)$$

دلته  $\alpha$  د خطي انتشار (انبساط) ضریب دی  $L$  اوږدوالی دی  $\Delta T$  د حرارت تغیرات دي (په  $^{\circ}\text{C}$  یا  $^{\circ}\text{F}$  سیستم کې  $\alpha$  واحد د اندازه کولو  $(\text{m/m}^{\circ}\text{C})$  سره ښودل کېږي د  $\delta L$  او  $L$  قیاسي واحدات سره یوشان دي یعنې  $m$  یا  $mm$  دي.

که چېرې یو حرارتي تغیر شکل مجازوي چې په ازاد ډول اجرا شي لکه چې د توسیعي غوتو د استعمال په واسطه هیڅ ډول باریا تشنجات په ساختمان کې نه په سترگو کېږي لیکن په ځینو حالاتو (واقعاتو) کې دا قابل اجرا (عمل) نده چې حرارتي تغیر شکل ته دمجاز حق ورکړي شي، نتیجه یې داده چې

داخلي قوي توليد شويدي چې مقاومت يې کاوه هغه تشنجات چې د داخلي قوو په واسطه پېښ شوي دي د حرارتي تشنجاتو په نوم ياديږي.

يوجنرال پروسيجر د بارونو او تشنجاتو د محاسبه کولو لپاره هغه وخت پېښېږي چې کله حرارتي تغير شکل منع کوي او په لاندي مرحلو کې په گوته شوي دي:

۱ - تصور وکړي چې جوړښت د ټولو وار دو شوو قوو (بارونو پورې) اړه لري او دومره متشنج دي چې حرارتي تغير شکل ازادانه اجرا کېدای شي. دغه تغير شکل په يو سکيج باندي موجوديت پيدا کوي او د هغوی تاثير او اغيزه زياتېږي.

۲ - اوس د تصور وکړي چې څو مناسب بارونه (قوي) په جوړښت باندي وار ديږي ددې لپاره چې د قيديو خاص حالت ته يې واپس کړي. د (۱) مرحلي لپاره په سکيج باندي دغه بارونه او ورته بار د تغير شکل نماينده گي کوي.

۳ - د حرارتي او باريخ تغير شکل ترمنځ هندسي اړيکي په سکيج باندي داسي مساوات ورکوي چې که دستاتيک تعادلي معادلي سره يوځاي شي شوني ده چې د ټولو ناپېژندل شوو (نامعلومو) کميتونو لپاره حل شي. د لاندي او يوتيرشوي مثالونه ددې مرحلو چې د پرابلمونو په ډيرو مختلفو ډولونو کې اجرا شوي دي نماينده گي کوي.

سوال (Illustrative Problem):

يوه پولادي ميله چې  $2.5\text{m}$  اوږده ده د دوه ديوالونو ترمنځ ساتل شوي ده که چيري په ميله باندي بار په  $20^\circ\text{C}$  کې صفر وي تشنجات محاسبه کړي په هغه وخت کې کله چې درجه د حرارت  $20^\circ\text{C}$  - ته راوړلويږي د ميلي

(Rod) د عرضي مقطعي مساحت  $1200\text{mm}^2$  دی  $\alpha = 11.7 \mu\text{m}/(\text{m} \cdot ^\circ\text{C})$  او ارتجاعيت مودول  $E = 200\text{Gpa}$  دی فرض کړئ چې

(a) ديوالونه سخت دي.

(b) - ديوالونه يو بل ته نږدې شوي دي او ټوله فاصله  $500\text{mm}$  ده 0 لکه څرنگه چې د حرارت درجه ولېږي.

(Solution) حل

(a) برخه (Part - a): تصور کوو چې میله د دیوال د بنی خوا څخه بیله شوې ده وروسته له دې حرارتي تغیر شکل ازادانه صورت نیسي او د حرارت درجې ولیدل د عکس العمل نمایندګه ګي کوي چې په  $\tau$  ډسره ښودل شوې دي (شکل 2-23) د دې لپاره چې میله بیا د دیوال پورې ونښلول شي په ښکاره ډول یوې کششي قوې P ته اړتیا ده چې تر څو باریز تغیر شکل  $\delta p$  تولید شي د تغیر شکل د سکېچ څخه کتلې شو چې  $\delta \tau = \delta p$  یا په معادله اصطلاح (Term) له دې ځایه لرو.

$$\propto (\Delta T)L = \frac{PL}{AE} = \frac{\sigma L}{E}$$

$$\sigma = E \propto (\Delta T) = (200 \times 10^9)(11.7 \times 10^{-6})(40) = 93.6 \times 10^6 \text{ N/M}^2$$

$$= 93.6 \text{ MPa} \dots \text{Ans}$$

په یاد باید ولرو چې L د تېرې (مخکې) معادلې څخه کتل شوې په نښه کوو چې تشنجات د میلې د اوږدوالي څخه مستقلانه دي.

Fig 2.23... rigid wall



Fig: 2 - 24... Nonrigid wall



(c) برخه (part b): کله چې دیوالونه یو بل سره زیږنې (یو بل ته نږدې ګېږي) (شکل ۲-۲۴) ونښي چې ازاد حرارتي عکس العمل د بارونو تغیر شکل او د دیوالونو بهېدنې (Yield of the walls) سره برابر دي له دې کبله

$$\delta\tau = \delta\rho + \text{Yield}$$

تغیر شکل په معادل اصطلاح سره عوض کوو لرو چې

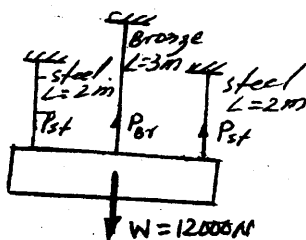
$$\propto L(\Delta L) = \frac{\sigma L}{E} + \text{yield}$$

$$(11.7 \times 10^{-6})(2.5)(40) = \frac{\sigma(2.5)}{200 \times 10^9} + (0.5 \times 10^{-3})$$

$$\sigma = 53.6 \text{ MPa} \dots \text{Ans} \quad \text{له دې ځایه لرو چې}$$

په یاد لرو چې د دیوالونو بهېدنه (Yield of the walls) د پام وړ تشنجات کموي او په همدې ډول د (a) برخې په شان د میلې اوږدوالې نه دې کینسل شوي.

سوال:- یو سخت بلاک چې 12KN وزن لري د درې راډونو په واسطه چې په سمتریک ډول ځای په ځای شوي دي متکي دي لکه چې په شکل (2-25) کې یې گورۍ فرض کړې چې بلاک افقي پاتې کېږي په هر راډ کې تشنجات هغه وخت پیدا کیږي چې کله د حرارت درجه  $100^\circ\text{F}$  ته لوړه شي د راډونو لاندینې انجانونه فرض شوي دي چې په یو لیول دی. په لاندې جدول کې ورکړل شوي معلومات استعمال کړئ.



Each steel Rod Bronze - Rod		
Area (cm <sup>2</sup> )	0.8	0.1
E N/m <sup>2</sup>	$29 \times 10^6$	$12 \times 10^6$
$\alpha$ (cm / cm F°)	$6.5 \times 10^{-6}$	$10 \times 10^{-6}$

Figure 2: 25  
Free body diagram

حل (Solution):

د بار دلبريوالي سره (جدا کېدو سره) د راډ اصلي لاندینۍ موقعیت داسې دی لکه څنگه چې په Fig 2-26 کې گورۍ د راډونو سره چې د ټولو اجباري قوو څخه خلاص دي د حرارت درجې پورته کېدل ممکن د حرارتي تغیر شکل  $\delta_{tst}$  او  $\delta_{tbr}$  په پولادو او برونزو کې باعث شي. کله چې راډونه د سخت بلاک سره تماس لري وروسته له دې چې د حرارت بدلون واضح صورت ونيسي فرض کړئ د هغې نهایي افقي لیول د ښودل شوي په مثال وي. د دې لپاره چې هغوی د بلاک سره ونښلول شي موږ اړیو چې د هغې

منتشر شوي انجамونه کش کړو چې دا کار د هغوی د باريز تغير شکل له ليارې يعنې  $\delta_{st}$  او  $\delta_{br}$  له ليارې د  $P_{st}$  او  $P_{br}$  د بارونو په وسيله صورت نيسي په Fig 2-25 کې FBD د دې نماينده گي کوي چې د قوو مساوي او مخالفې اغېزې د راډ په واسطه په بلاک باندې فشار موندلې دی په Fig 2-26 کې ښودل شوي تغيراتو د شکل څخه مونږ لرو چې لاندې هندسي اړيکې د تغير شکلونو تر منځ موجود دي.

$$\delta_{tst} + \delta_{st} = \delta_{tbr} + \delta_{br} \text{ or } \dots (\alpha \Delta T)_{st} + \left(\frac{PL}{AE}\right)_{st} = (\alpha \Delta T)_{br} + \left(\frac{PL}{AE}\right)_{br}$$

د ورکړل شوي معلوماتو په وضع کولو سره لرو چې:

$$(6.5 \times 10^{-6})(2)(100) + \frac{P_{st}(2)}{0.8(29 \times 10^6)} = (10 \times 10^{-6})(3)(100) +$$

$$\frac{P_{br}(3)}{1.5(12 \times 10^6)}$$

دغه مساوات په  $10^6$  کې ضربوو او ترې مونږ بيا ترتيبوو لرو چې:

$$\frac{8}{87} P_{st} - \frac{1}{6} P_{br} = 1700 \dots \dots (a)$$

$$[\Sigma F_y = 0] \dots 2P_{st} + P_{br} = 12000 \dots \dots (b)$$

د  $P_{st}$  او  $P_{br}$  تر منځ بله اړيکه د FBD په شکل (2-25) څخه ذکر شوې ده. د (a) او (b) معادلي بيا حلوو:

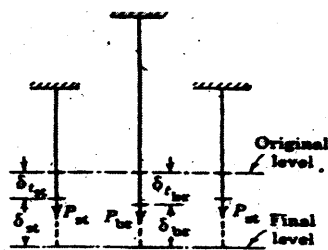


Fig 2-26...Deformations

$$P_{st} = 8700 \text{ N}$$

$$P_{br} = -5400 \text{ N}$$

د  $P_{br}$  لپاره منفي علامه دامعني لري چې د  $P_{br}$  بار (Loads) فرض شوي ته مخالف عمل کوي دا چې دبرونز ميله عملا په فشار کې کار کوي بايد داسې جوړه شوې وي چې دگړيدو مخه ونيسي. فشارونه (تشنجات) عبارت دي له: (کشش) فشار

$$[\sigma = \frac{P}{A}]; \sigma_{st} = \frac{8700}{0.8} = 11600 \text{ N}$$

$$\sigma_{br} = \frac{5400}{1.5} = 3600 \text{ N}$$



سوال :

د تير سوال معلومات پکار واچوي د حرارت لوړيدل معلوم کړي چې د ټولو وار دوشوو بارونو چې پولادي راډونو په واسطه متکي دي د ضرورت سبب کيږي.

حل (Solution):

په تيرو موضوع گانو کې دري په گوته شوي مرحلي پکاروو فرضوو چې بلاک د راډونو څخه خلاص (ډيله) شوي دي او ازاد خوړند دي (Fig 2-27) اود حرارت پورته کيدل د حرارتي تغير شکل  $\delta_{tst}$  او  $\delta_{tbr}$  باعث کيږي څرنگه چې برونزي راډونه هيڅ ډول بارنه انتقالوي د پولادي ميلواخيرني ليول د برونز د غير منتشر شوي اوږدوالي سره مخالف دي که چيري راډونه په عين انجامي ليول باندي وي نو پولادي راډونه بايد د باريز تغير شکل  $\delta_{st}$  له لياري لارې شي چې د  $P_{st}$  په واسطه کش شوي ده چې هريوي ئ بايد 6000N وي ددي لپاره چې د بلاک وزن ونيسي د 2-27 شکل څخه د تغير اشکالو هندسي اړيکه عبارت ده له:

$$\delta_{tbr} = \delta_{tst} + \delta_{st} \quad \text{ياد مختلفو سمبولونو سره.}$$

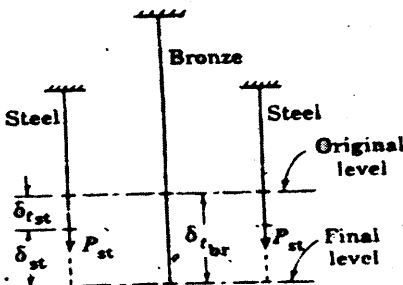
$$(\propto L \Delta T)_{br} = (\propto L \Delta T)_{st} + \left(\frac{PL}{AE}\right)_{st}$$

له دې ځاي څخه پيدا کوو چې:

$$(10 \times 10^{-6})(3)(\Delta T) = (6.5 \times 10^{-6})(2)\left(\Delta T + \frac{6000 \times 2}{0.8(29 \times 10^6)}\right)$$

$$\Delta T = 30.5^\circ \text{F} \dots \dots \text{Ans}$$

Fig : 2-27 Bronze rod supporting no load



## Summary لنڊيز

Axial loads cause uniform stress distribution that is computed by  $\sigma = P/A$  and elongation determined from  $\delta = \frac{PL}{AE}$

Thermal stresses are computed by determining the relation between the thermal deformations

$$\delta T = \alpha L(\Delta T)$$

# اړيم خپه کم

## ۳- په بيمونو کې عرضي قوې او مومنتونه

### 3- Shear and Moment in Beams

#### 3-1 پيژندنه (Introduction):

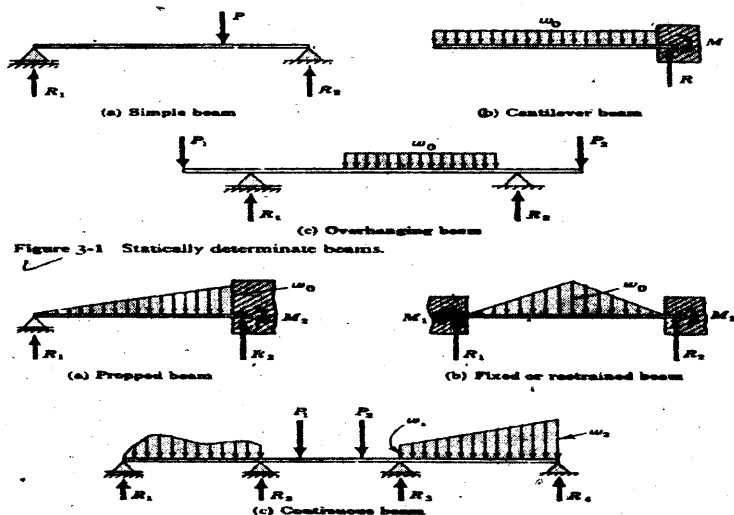
د موادو په مقاومت کې بنسټيزه ستونزه دتغير شکل او تشنجاتو تر منځ د اړيکو معلومول دي چې دغه تشنجات او تغير شکل د وارد شوو بارونو له امله چې په جوړښت باندې اغيزه کوي راپيدا کېږي.

د کوږوالي د بارونو څيړنه او مطالعه د ځينو واقعيتونو په بناء بشپړ شوې ده چې بارونه ډول ډول د يوې مقطع څخه بلې مقطع ته بيم باندې اغيزه کوي دغه د بارونو اغيزه د عرضي قوو او کوږ والي مومنت بڼه ځانته اختياروي چې کله کله ورته په Shear او Moment سره ترجيع ورکول کېږي دا به په 4 څپر کې کې وښودل شي چې دوه ډوله تشنجات د بيم په متقاطع سکشن (Transvers Section) باندې عمل کوي:

۱- د کوږوالي تشنجات چې د کوږوالي مومنت سره مستقيما "بدليږي (2)- مماسي تشنجات چې مستقيما" د عرضي قوې سره بدليږي يعنې د عرضي قوې په تغير سره پدې کې هم تغير رامنځته کېږي. داتکاگانو ميتودونه د بيمونو ځينو ډولونو په Fig 3-1 کې ښودل شوي دي دغه بيمونه ټول ستاتيکي ټاکلي سستمونه دي ، د هغوی عکس العملونه يا غبرگون مستقيما د ستاتيک د تعادلي شرطونو په مرسته پيدا کېږي داتکاگانو بله طريقه يا ميتود په Fig 3-2 کې ښودل شوي دي چې دا ډول بيمونه ستاتيکي نا معلوم (نا ټاکلي) سستمونه دي چې د نامعلوم کميت د پيدا کولو لپاره يوې اضافي معادلې ته اړتيا ده چې دغه معادله دالاستيک تغير شکل له مخې پيدا کېږي. متمرکه قوه چې په يوه ډيره کوچني فاصله

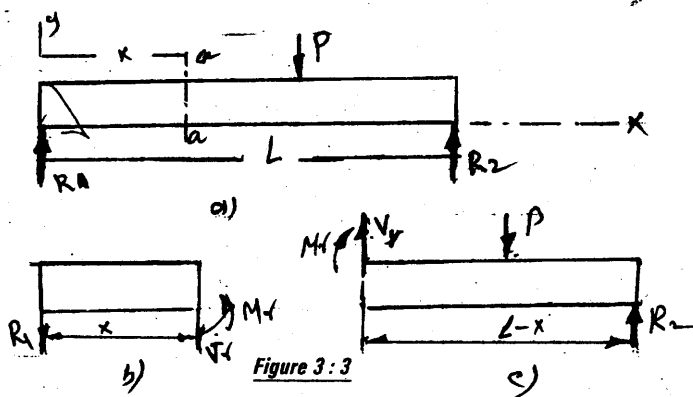
چې په یوې نقطه سره فرض کېږي عمل کوي لکه چې په 3-1a - شکل کې چې ویني برعکس ویشلي بارد بیم پریام وړ اوږدوالي باندي عمل کوي دا کیدای شي چې په داخل دطول کې مساوي ویشلي وي لکه په 3-1b - شکل کې او یاد اوږدوالي په یوه برخه کې لکه په 3-1c - شکل کې ویشلي بار کیدای شي مساوي ډول ډول یا نامساوي هم وي. په مساوي قسم (Uniformly Varying) بارونو کې د بارونو شدت (Intensity) زیاتېږي او یا کمېږي په یو ثابت قیمت یا اندازه لکه چې په 3-2a او 3-2b شکلونو کې چې ښکاري. دا حالت کیدای شي د اوبو د فشار څخه چې د بند (dame) په مخ (سطحه) باندي اغیزه کوي او یا د شګي د جمعه کیدو په نتیجه کې رامینځته شي زوډنقه یي باریدنه چې په 3-2c شکل کې لیدل کېږي د مساوي ویشلي او نامساوي ویشلي.

(uniformly and nonuniformly load) د ترکیب څخه متشکل دي. همدارنګه باریدنه کیدای شي nonuniformly یعنی غیر مساویانه هم وي لکه چې د 3-2c شکل په چپه برخه کې چې پرسترګو کېږي چې د دښګو د بوجیو اتفاقي جمعه کیدلو په صورت کې رامینځته کېږي.



## ۲:۳ عرضي قوې او د کوږوالي مؤستونه (Shear and Moment)

په 3-3a شکل کې یو ساده بیم د  $P$  متمرکز بار حامل او د  $R_1$  او  $R_2$  عکس العملونو پذیرنده په تعادل کې ښودل شوي پدې وخت کې دبیم خپل وزن په پام کې نه نیول کېږي او یوازې د  $P$  متمرکزي قوې اغیزه په پام کې نیول کېږي فرضوو چې دقطع پلان  $a-a$  بیم د  $X$  په فاصله په دوه برخویشي په 3-3b شکل کې دکیني برخي FBD (Free body diagram) وښی چې دباندينی واردشوي بار  $R_1$  دي، د دې لپاره چې دبیم پدې برخه کې تعادل موجود وي دخیږني لاندې سکشن  $a-a$  کې تارونه باید دمقاومت قوت ته رسیدګي وکړي یا هغه تیاري کړي او هغه د دې لپاره ضروري دي چې د ستاتیک تعادل حالت یقیني کړي، په دې حالت کې داخلي بار عمود دی



لهذا  $\Sigma F_x = 0$  حالت (د  $x$  محور افقي دی) په اتوماتیک ډول یقیني دی.  
ښي اوکیني برخو تعادل.

د دې لپاره چې  $\Sigma F_y = 0$  تعین کړو عمودي غیر توازون د  $R_1$  په واسطه پېښېږي چې غواړي تارونه د  $a-a$  په سکشن (مقطع) کې د یو مقاومت

قوه پيدا کړي چې داد  $Vr$  په واسطه ښودل شوي ده او دمقاومت د عرضي قوي پنوم ياديږي د بار دښودلو لپاره  $Vr$  په حسابي ډول د  $R_1$  سره برابره ده لکن که چيري اضافي بارونه د  $a-a$  سکشن او  $R_1$  ترمنځ اغيزه کړي وي لکه 3-5 او 3-6 شکلونو کې خالص عمودي بي توازوني (کوم چې سره مساوي ليکن يودبل مخالف جهت لري نسبت دمقاومت عرضي قووته) ممکن نسبت عمودي اجزاو دمجموعي له مخي پيداشي. چې مونږ دغه خالصي غير توازوني قوي په بيم کې د عرضي قووبه حيث پيدا کوو داپه  $v$  سره سمناشوږده اوممکن د عمودي مجموعي (Summation) له مخي پيداشي چې د سکشن په دواړو خواو باندې عمل کوونکي خارجي قوي دي. په رياضيکي توگه عرضي قوه پلا ندي ډول افاده کيږي.

3-1 .....  $V = \Sigma Fy_L$  دلته  $L$  - چپ معنی ورکوي اودا معني لري چې قوي ( خارجي بارونه ) چې دمقطع په چپه خوا کې اغيزه کوي  $Vr$  د عرضي مقاومت قوه ده .

## د کوږوالي د مومنت پيدا کول:

### Defination of Bending Moment

د کوږوالي مومنت نسبت مرکزي محور ته د ټولو مومنتونو دمجموعي په واسطه چې نظر ټاکلي مقطع ښي اوچپ خواته پرتو بارونو ( قوو ) څخه چې په مقطع باندې عمل کوي لاسته راځي. اوپه رياضيکي ډول په لاندي توگه افاده کيږي.

$$M = (\Sigma M)L = (\Sigma M)R \dots \dots (3-2)$$

# د مستقیم بروس کوډ والي

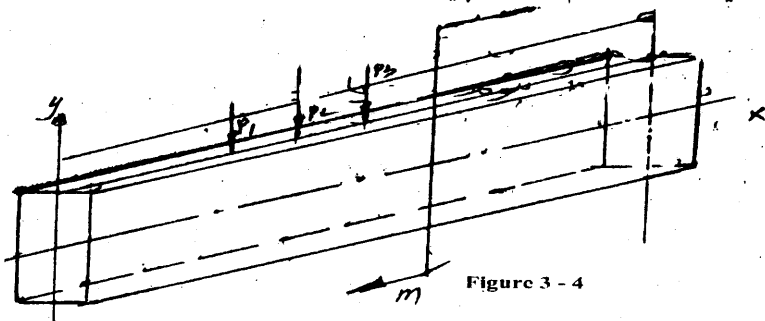
## عمده مفهومونه:

دبروس کوډوالې د شکل هغه بدلون (تغیر) پنوم یادېږي چې دبروس په امتدادي انساجو (تارونو) او یا دمحور دپاسه دخارجي قوو او دمومنتونو دتاثیر څخه څرگندېږي. خارجي قوي په محور باندي عمودي او مومنتونه په هغه مستوي کې چې دهغې دمحور څخه تیرېږي واقع دي.

که چېرې قوي او مومنتونه په هغه مستوي کې چې دوروستنۍ نقطې او دبروس دعرضي مقطع دمتناظر محور څخه تیرېږي واقع وي پدې حالت کې دبروس کوډوالې دهموار کوډوالې پنوم یادېږي.

لیدل کېږي چې د کوډوالې (د شکل دتغیر) په ترڅ کې دبروس په عرضي مقطعو کې یو یا دوه د کوډوالې مومنتونه ( $M_x, M_y$ ) رامینځ ته کېږي چې پدې حالت کې نوموړي کوډوالې د مایل کوډوالې پنوم یادېږي زیاتره په عرضي مقطعو کې په یو وخت کې د کوډوالې دمومنت سره یو ځای عرضي قوي  $V$  یا  $Q$  هم پیدا کېږي چې پدې حالت کې دبروس کوډوالې دعرضي کوډوالې پنوم سره یادېږي.

که چېرې د کوډوالې مومنت په مقطع کې یوازي د داخلي قوو عامل (فکتور) وي نو پدې حالت کې نوموړي کوډوالې دخالص کوډوالې پنوم یادېږي، میلی اوبروس چې زیاتره د کوډوالې په حالت کې فعالیت ترسه کوي دگادرونو پنوم سره یادېږي.



# دېمووار کورېوالي په هکله لاندې

## موضوعاتو څېړنه:

- ۱ - دگاډرونو (بیمونو) په مقطعو کې دپیداشوو دنده قوو څیړل.
- ۲ - دگاډرونو په مقطعو کې دنده قوو دویشلو دقانون برقرارول.
- ۳ - دتشنجاتو دټاکلو او دگاډر دمقطعو دټاکلو دپاره دفورمول نتیجه گیری.
- ۴ - دمستقیم اومنحنی کورېوالي (دځای تغیر) او دگاډر دتغیر زاویو مطالعه کول.

په لاندې شکل کې عرضي قوه او دکورېوالي مومنت څیړو.  
فرضوو چې د  $A B$  گاډر د  $p_1$  او  $P_2$  دباندينو قوو تراغيزي لاندې پروت دي دباندينی قوي دگاډر په تناسبې مستوي کې پرتي دي، نوموړي قوي د گاډر په مقطعو کې ددنده قوو دپیداکیډو سبب کیږي چې دپریکولو دطریقې په مرسته یې ټاکو.

د ۱-۱- مقطع د  $A$  داتکا څخه  $x$  په فاصله لکه چې په مخکې یو شکل کې هم ښودل شوي ده جدا کوو چې پدې ترتیب گاډر (بیم) په دوه برخویشل کېږي دگاډر پري شوي ښی خواغورځوو او دکیني خوا (Leftside) تعادل یې گورو ذکر شوي تعادل به د باندينو قوو ( $P_1$  او  $V_A$ ) او د ۱-۱ په مقطع کې دنده قوو تراغيزي لاندې وي دبلي خوا پدغه برخه کې دگاډر دښي او کیني خواو قوي عددي سره مساوي او دمخالف جهت لرونکي دي ددنده قوو محصله په هغه مستوي کي واقع ده چې لکه څنکه چې نوري قوي موقعیت

$$\sum f_y = V_A - P_1 - Q = 0 \dots\dots(I)$$

$$\sum M_o = V_A X - p_1(X-a) - m = 0 \dots\dots(2)$$

لري. د  $Y$  دمحور دپاسه دهغه مرتسم د  $Q$  او مومنت  $M$  دتوري له مخې ښایو چې د تعادل معادلې یې لاندې شکل لري.

دلموړي معادلې څخه  $Q = V_A - P_1$  اود دوهمي معادلې څخه:

$$M = V_A \cdot X - P_1 (X - a)$$



دڼه قوې د  $Q$  قوې او جوړه قوې  $M$  ته نقلوو دټولو قوو دمحصلي مرتسم نسبت هغه محور ته چې دگاډر دمحور دپاسه عمود دي دعرضي قوې  $Q$  په نوم يادېږي ذکرشوي قوه دټولو قوو دمرتسمونو دالجبري مجموعې سره دمقطع ښي يا کيڼي خواته نسبت هغه محور ته چې دښم دمحور دپاسه عمود وي اغيزه کوي مساوي ده دټولو دڼه قوو دمحصلي مومنت نسبت دهغي دمقطع دثقل مرکز ته چې دخپرنې لاندې دي دکوډوالي مومنت  $M$  په نوم يادېږي ذکرشوي مومنت دټولودباندينيو قوو دمومنتونو دمرتسم دالجبري مجموعې سره چې دمقطع په ښي يا کيڼي خوا نظر دهغي دثقل مرکز ته عمل کوي عددي مساوي دي . په مجموعي ډول مومنت پدې ترتيب افاده کېږي .

$$M = (\Sigma M)_L = (\Sigma M)_R \dots\dots\dots(3.2)$$

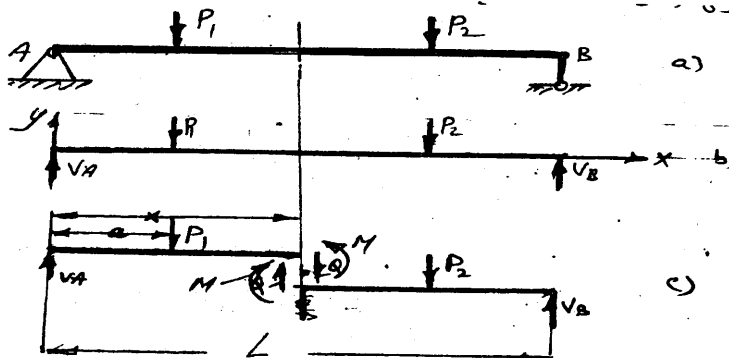


Figure 3 - 5

# ک عرضي قوو او کوږوالي مومنت

## Sign of shear and bending Moment ک علامو ټاکل

که چیرې دمقطع (سکشن) د کینې خوا خارجي قوو جهت پورته لور ته اودنې خوا کښته لور ته وي نو عرضي قوه مثبتې علامه لري او که چیرې بر خلاف وي نومنفي علامه لري.

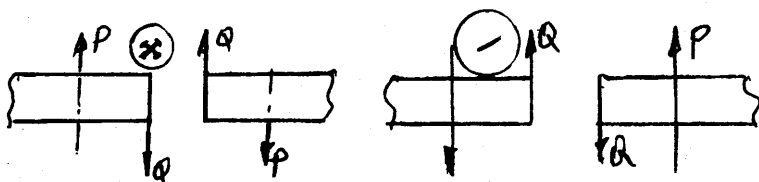
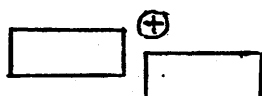
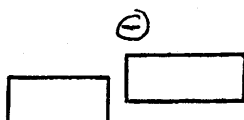


Figure 3 : 6

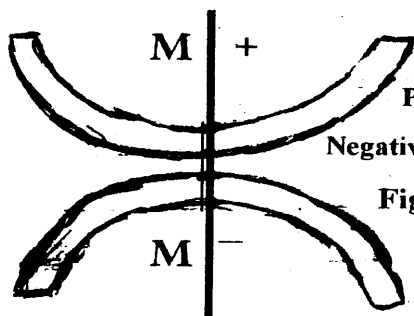


Positive Shear



Negative Shear

که چیرې مومنت ګاډر ښکته خوا ته کوږ کړي نو د کوږوالي مومنت علامه مثبتې ده او که چیرې د مومنت ګاډر پورته لور ته کوږ کړي نو د کوږوالي مومنت علامه منفي ده.



Positive Bending moment

Negative Bending Moment

Figure 3 : 7

## 3-4 د کورډوالي مومنت او ویشلي بار د شدت ترمنځ رابطه (د ژورافسکي قضیه)

### Relation between bending moment and Distributed load Inteneity (Theorem of Juravski)

د AB ګاډر (بیم) څخه چې د تعادل په حال کې دي یوه کوچنۍ توتیه چې اوږدوالي یې  $dx$  دی د A داتکا څخه د  $x$  په فاصله وښیو:

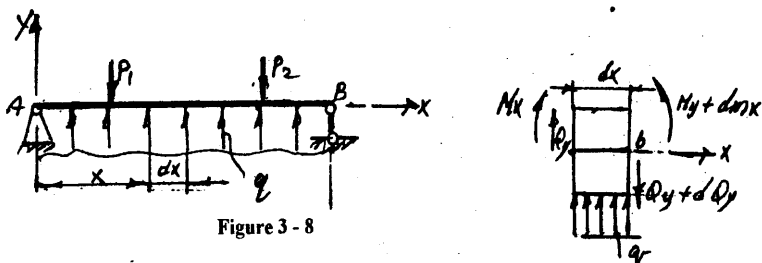


Figure 3 - 8

د  $dx$  په برخه کې بار مساوي ویشلي منوو ددي لپاره چې د  $dx$  کوچنۍ توتیه د تعادل په حال کې پاته شي د ګاډر په بڼې او کیني خواو کې دننه قوي  $M$  او  $Q$  عوض کوو (کله کله عرضي قوه په  $V$  سره هم بڼې) ممکنه ده چې قوي داسي قبولي کړو چې یوازي د  $x$  په فاصله پوري اړه ولري لکه چې په کوچنۍ برخه کې یوازي ویشلي بار اغیزه کوي  $Q$  (V) قوه د  $dx$  په برخه کې زیاتوالي حاصلوي او د بڼې خوا سره برابرېږي يعني  $Q + dQ$  او  $M + dM$  بڼې خوا سره مساوي کیږي يعني  $M + dM$  پدي صورت کې د تعادل معادله لاندې شکل ځانته غوره کوي: لږي ځایه د  $q$  قیمت پلاس راوړو

يعني:

$$\Sigma F_y = Q + qdx - (Q + dQ) = 0 \dots\dots\dots 1$$

$$q = \frac{dQ}{dx}$$

دمقطع په افقي محور باندي د عرضي قوي مشتق  
(د یفرینسیال) په همدې مقطع کې د ویشلي بار د شدت  
سره برابر دي.

$$\Sigma M_{\text{upward}} = M + Qdx + q \cdot dx \cdot \frac{dx}{2} - (M + dM) = 0$$

$$Qdx + q \frac{dx^2}{2} = dM$$

په پورتنۍ معادله کې  $qdx \cdot \frac{dx^2}{2}$  د دوهم ترتیب معادلي یو ډیر کوچنی (لایتناهي کوچنی) کمیت دی ځکه نو د حسابولو څخه یی صرف نظر کوو پدې صورت کې  $Qdx = dM \Rightarrow Q = dM/dx$  چې دغه اخیرنۍ رابطه د ژورافسکي د قضیې په نوم یاده شوي ده. او داسې عبارت شویده: د د کوډوالي مومنت مشتق د مقطع په افقي محور باندې د عرضي قوې سره په مقطع کې مساوي دي.

تشریحي سوال:

په a-11-3 شکل کې ښودل شوي ګاډر لپاره د عرضي قوو او کوډوالي مومنت معادلي ولیکي او هم یی د عرضي قوو او کوډوالي مومنت دیاګرامونه جوړ کړي.

حل (Solution):

د سوال د عکس العملونو (Reactions) د حسابولو څخه پیل کوو د تعادل شرطونه لیکو او لروچې:

$$\Sigma M_A = 0 \Rightarrow 20 \cdot \frac{5^2}{2} + R_2 \cdot 10 - 30 \cdot 4 = 0$$

$$R_2 = 67 \text{ KN}$$

لډې ځایه څخه .....

$$\Sigma M_B = 0 \Rightarrow -R_A \cdot 10 + 20 \cdot 5 \left( \frac{5}{2} + 5 \right) - 30 \cdot 4 = 0$$

$$R_A = 63 \text{ KN}$$

$$\Sigma F_{yi} = 0$$

په واسطه اجرا کوو

$$63 + 67 - 20 \cdot 5 - 30 = 0$$

$$130 - 130 = 0$$

$$0 = 0$$

لذا عکس العمل یی درست پیدا شوې دی.

دبیم په هغه مقطع کې چې د باریدني حالت پکې بدلیږي

د باریدني د بدلون د نقطې په نوم یادېږي په هغه ځایونو کې چې متمرکزه

قوه عمل کوي د عرضي قوې په اپیور کې کې به ټکان رامینځته کیږي.

نوموړې نقطې د C.B.A او D په تورو سره په نښه کوو که چیرې د a- a مقطع د AB ترمخ په هغه ساحه کې وي خارجې یا دبانديني بارونه داسې ښکاري لکه چې په 3-9 شکل کې یې گوري. عمودي عرضي قوې او د کوروالي مومنت پیداوو او په نښه کوو چې هغوي یوځای نسبت دبانديني بارونو ته صورت نیسي.

$$[V = (\Sigma F_y)L] \cdot V_{AB} = (63 - 20X) \text{ KN} \dots\dots(a)$$

$$[M = (\Sigma M)_L] M_{AB} = 63x - (20x)^{x/2} \\ = (63X - 10X^2) \text{ KNm} \dots\dots(b)$$

دغه معادلې یوازې د 0 او 5m ترمخ د X قیمت لپاره د صدق وړ دي چې نوموړې فاصله د A او B ترمخ واقع ده. د دې لپاره چې د B او C نقطو ترمخ عرضي قوې او کوروالي مومنتونه پیداوو پکار ده چې بله قطع اجرا کړو لږ د b - b قطع اجراوو هرچیرې چې د B او C ترمخ وي د دې لپاره Fig 3-10 وگورئ:

$$[v = (\Sigma F_y)L] V_{Bc} = 63 - 100 = -37 \text{ KN} \dots\dots(c)$$

$$[M = (\Sigma M)_L] M_{Bc} = 63X - 100(X - 25) = (37X + 250) \text{ KN.m} \dots(d)$$

د CD برخې لپاره عرضي قوو او کوروالي مومنت معادلې په ورته ډول د C-C سکشن (مقطع) له لارې چه په هره برخه د (C - D) کې اجراشي لیکل کیږي خارجې بارونه چې دبیم په کین لاس (خوا) عمل (اغیزه) کوي په Fig 3-12 کې ښودل شوي دي له کومه ځایه چې مونږ لرو:

$$[v = (\Sigma F_y)L] ; v_{cd} = (63 - 100 + 67 = +30 \text{ KN} \dots\dots(e)$$

$$[M = (\Sigma M)_L] M_{cd} = 63x - 100(x - 2.5) + 67(x - 10) \\ = (30x - 420) \text{ KN.m} \dots\dots(f)$$

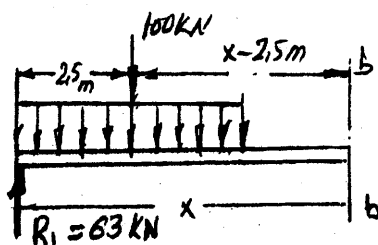
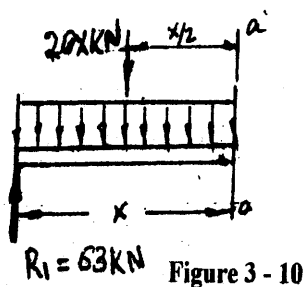
په Fig 3-12a کې ښودل شوي C-C مقطع لپاره د MCD دورته متود تذکر د هغو قوو په پام کې نیولوسره چې د سکشن یعنی ښي خواته پرتې دي په لاندې ډول دي: په یاد مو وي چې هغه قوې چې ښکته خواته عمل کوي منفي علامه رامینځته کوي نوموړې لرو چې:

$$[M = (\Sigma M)_R] M_{cd} = (-3010 - x) = (30x - 420) \text{ KN.m}$$

په لنډ ډول ویلې شو چې مونږ V یوازې د خارجې قوو په پام کې نیولو سره چې د څیړنې لاندې د هرې مقطع کینې خواته پرتې دي حساب ویلې شو

برعکس د کورډوالي مومنت دخارجې قوو په واسطه نسبت دواړو ښي او کيڼي خوا دسکشن ته نیول کیږي پام مو وي چې هغه قوې چې ښکته خواته عمل کوي او د کورډوالي مومنت او عرضي قوو علامه چې کله خارجي قوې پورته خواته عمل کوي منفي علامه ویلې شو چې هغه قوې چې ښکته خواته عمل کوي منفي او پوته خواته عمل کوي مثبت فرض کړو. نوټ: ځکه خو 9, 3-10, 3-12, او 12a, 3 شکلونه یوازې دوضاحت لپاره استعمال شوي دي.

تاسې ممکن ډېر زړه ورته دیا گرامونو تصور مستقیماً داصلي بېمونو د باریدنې څخه زده کړئ.



## د عرضي قوې او موټمنت دياگرام:

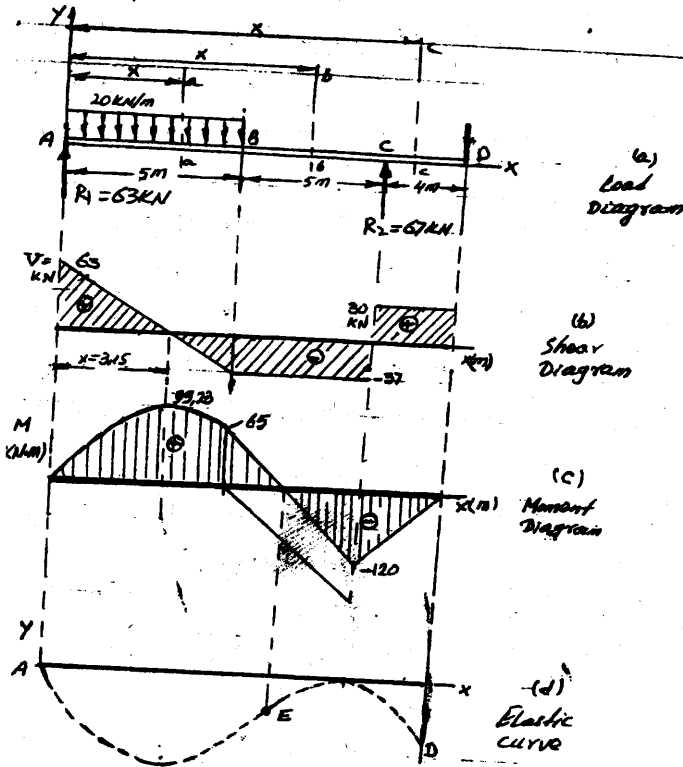


Figure 3.11.

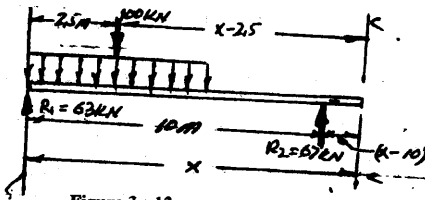


Figure 3.12

Figure 3.12 (a)

## 2-5 د عرضي قوې او کوډوالي موټمنتونو د اښوونو جوړول

### Shear and Bending Moment Diagrams

اښوونو هغه گراف ته ويل كيږي چې د گاډر په اوږدوالي کې دهغه عامل

(فکتور = Factor) دتغير قانون چې مونږ ته غوره دي څرگندوي.

### 3 - داپيور جوړولو پرلپسې توب

گډار په خپله خوښه پداسي يو حد کې پري کوو چې په هره يوه برخه کې د مومنت (M) د عرضي قوي Q (V) د تعير قانون تغيرونه خوړي .

۱ - د عرضي قوو او کوږوالي مومنت لاسته راغلي قيمتونه د گډار د محور د پاسه وضع کوو دار دیناتو سرونه يو دبل سره وصلوو چې په نتيجه کې اپيور په لاس راځي.

۲ - د عرضي قوي مثبت قيمت د محور د پاسه او منفي قيمت د محور د لاندې وضع کوو او د مثبت او منفي علامي پکي په نښه کوو.

۳ - د کوږوالي مومنت منفي قيمت د محور د پاسه او مثبت قيمت د محور د لاندې وضع کوو او يا برعکس خو د مثبت او منفي علامي پکي په نښه کوو

۴ - د محور د پاسه عمودي کرښي کښل کيږي چې هريو خط په ټاکلي اندازه کې د عرضي قوي او د کوږوالي مومنت قيمت ښکاره کوي.

په لاندې شکلونو کې د گډارونو لپاره د عرضي قوو او کوږوالي مومنت اپيورنو جوړولو ترتيب څرگند شوي دي.

۱ - د دې لپاره چې اپيورونه جوړ کړو لومړي د گډار په اتکاگانو کې عکس العملونه پيدا کوو. د دې کار لپاره اتکاگانو ته د مومنتونو مجموعه پيدا کوو. اپيورونه معمولاً د باريز دياگرام لاندې جوړيږي. د تير مثال لپاره نسبت د هغې د عرضي قوي او کوږوالي مومنت دياگرام يا اپيورونه په -

3-14, 3-15, 3-16, 17 شکلونو کې ښودل شوي دي. د اعظمي مومنت

قيمت د X په قيمت سره د X په پام کې نيولو سره  $M_{AB}$  د يفرينشيال نيولو او دهغي د صفر سره مساوي کولو په واسطه ممکن پيداشي چې دغه نتيجه د  $V_{AB}$  معادله ده ځکه نوموتږ گورو چې اعظمي مومنت په هغه ځاي

کې دي چيرته چي عرضي قوه صفر قيمت لري د عرضي قوي او کوږوالي مومنت د بار د بدلون په نقطه کې د (a څخه تر e) پوري معادلو کې مخکي

پيداشوي، ليکن د اديره ساده او اسانه او ډيره مستقيمه ده چې د دوي

حسابي قيمتونه د IV او M د بنسټيز تعريف څخه د مشخص سکشن لپاره

محاسبه شي، د مثال په ډول د A او B ترمنځ هغه مقطع چې پکي عرضي



قوه Q (V) صفرقيمت لري داځکه چې (X) په فاصله هغه قوه چې بنسټه خواته دبار دواړيدو په نتيجه کې چې  $20\text{KN/m}$  دي بايد عمودي عرضي قوه چې  $3\text{KN}$  ده د A په نقطه کې موازینه برابره کړي چې بلانس وي. ځکه نولرو چې  $20X = 63$  يا  $X = 3.15$  پدې صفري سکشن مومنت دکينې مقطع د قوو د مومنتونو نيولو په واسطه حسابېږي دغه قوي پورته خواته جهت لرونکي قوه  $R_1 = 63\text{KN}$  او بنسټه خواته جهت لرونکي قوه  $63\text{KN}$  په خپل ترکيب کې لري چې باعث د دي کيږي چې دفشاري ويشيلي بار په طول کې ضروري ده چې صفري عرضي قوه توليد کړي دکوډوالي مومنت دتعريف څخه مونږ لرو چې په  $X = 3.5\text{m}$  کې  $|M| = (\Sigma M)$  :

$$m = (63)(3.15) - 63 \frac{3.15^2}{2} = 99.23 \text{ KNm}$$

اخيرني دتقاطع نقطه په (4-10d) شکل کې ورکړل شوي ده د AE په برخه کې بيم پورته خواته کوډ شوي دي او د E او D ترمنځ بيم بنسټه خواته کوډ شوي دي چيرته چې بيم بنسټه خواته کوډ شوي دي (کروپ شوي دي) مومنت ايبور منفي علامه لري د E په نقطه کې چيرته چې بيم دپورته خواته کړيدو څخه بنسټه خواته کړيدو په طرف بدلون مومي چې د انحراف دنقطي په نوم ياديږي او د صفر مومنت نماينده ګڼي کوي او ددي موقعيت دلاډي افادي له مخې پيدا کيږي.

$$[M_{BC} = 0] - 37x + 250 = 0 \Rightarrow x = 6.76\text{m}$$

مثال : دراګرل ګاډر لپاره د عرضي قوي او کوډوالي مومنت ايبورونه جوړ کړي

حل (Solution):

۱ - لومړي اټکائي عکس العملونه پيدا کوو

$$[\Sigma M_A = 0]; - R_B \cdot L + p \cdot a = 0$$

$$R_B = \frac{p \cdot a}{L}$$

$$\Sigma M_B = 0 : R_A \cdot L - p \cdot b = 0; R_A = \frac{p \cdot b}{L}$$

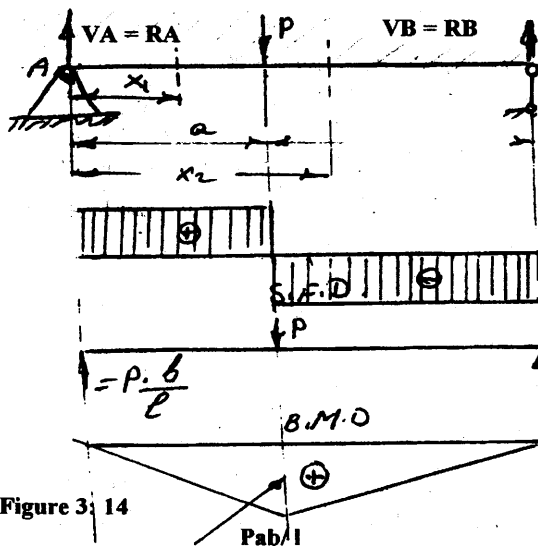


Figure 3: 14

۲- ګاډر په مناسبو برخو باندي ویشو او عرضي قوي پیدا کوو او اپیورۍ جوړوو ددې لپاره لومړي د A ټکا څخه د  $x_1$  په فاصله په ګاډر کې یوه کیفي مقطع بیلوو او لرو چې:

$$Q_{x1} = R_A = \frac{p \cdot b}{l}$$

پورتنۍ معادله دیومستقیم خط معادله ده.

۳- د A د نقطې څخه د  $x_2$  په فاصله یوه مقطع بیلوو د  $Q_{x2}$  قیمت کولی شو په دوه طریقو سره پیدا کړو د ګاډر

$$Q_{x2} = R_A - P = \frac{b \cdot p}{l} - p = \frac{p \cdot a}{l}$$

ښی. یا کینه برخه غورځوو ثبوتوو چې د Q قیمت تغیر نکوي، فرضوو چې ښی خوا غورځوو:

$$Q_{x2} = -R_B = -\frac{p \cdot a}{l}$$

او په بله خوا کې

پورتنی لاسته راغلي معادله دمستقیم خط معادله ده د  $Q_{x2}$  قیمت منفي دي نو ځکه د P قیمت کیني خواته اپیور دمحور دپاسه دمستقیم خط په شاني دمحور سره موازي ښکاره کیږي او د P د قوي ښي خواته دمحور دلاندې د مستقیم خط په شاني دمحور سره موازي ښکاره کیږي یعني د C په نقطه کې اپیور یو کړلیچ لري دهغه مطلق قیمت P سره مساوي دي.

## دکوروالي مومنت اپیور جوړول

۱- د  $x_1$  په مقطع کې دکوروالي مومنت قیمت پیدا کوو  $M_1 = R_A \cdot x_1$  پورتنی معادله د  $x_1$  0 په محدودو شرایطو کې قرار لري که چېرې  $x_1 = 0$

شي نوېدي صورت کې د کوډوای مومنت  $Mx_1 = 0$  او د  $x_1 = a$  په صورت کې د کوډوای مومنت  $M = \frac{P.b.a}{L}$  دي لاسته راغلي قیمتونه د محور پورته اوښکته خواته وضع کوو او اردینات یې سره نښلوو.

۲-  $x_2$  په مقطع کې د کوډوای مومنت قیمت پیدا کوو ښه به داوي چې د ګاډر ښي خوا تعادل او موازینه وګورو دلته  $a \leq x_2 \leq L$  دي او

$$M_{x2} = R_B \cdot (L - x_2)$$

که چېرې  $x_2 = a$  وي نو نوموړی قیمت پخوا لاپېدا شوېدې او د  $x_2 = L$  په صورت کې  $M_{x2} = 0$  دی د  $x_2 = a$  په صورت

$$M_{x2} = R_B(L - a) = \frac{p.a.b}{L}$$

کې ..... لاسته راغلي قیمتونه د محور لاندې وضع کوو او حاصل شوي اردینات سره نښلوو چې په نتیجه کې یې اپیور پلاس راځي دنوموړي اپیور څخه معلومیږي چې  $M_{\max} = \frac{P.a.b}{L}$  دي او د  $P$  داغیزې لاندې واقع دي.

مثال :

یو ګاډر د خارجې بار د اغیزې لاندې دی د عرضي قوو او کوډوای مومنتونو اود هغوي اپیورونه جوړول غوښتل شوي دي.

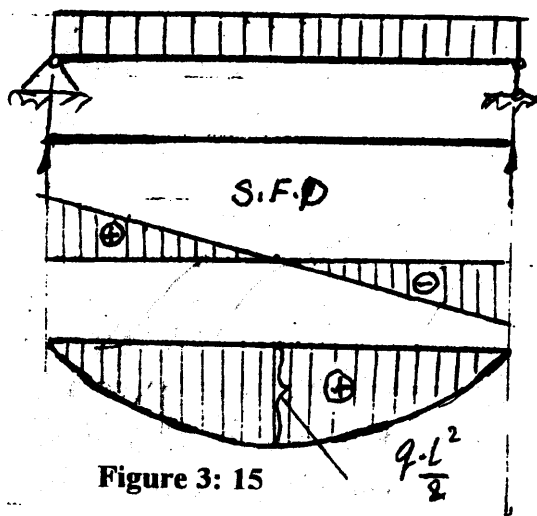


Figure 3: 15

۱- اتکائي عکس العملونه لومړی پیدا کوو.

$$R_B = R_A = \frac{q.L}{2}$$

۲- د عرضي قوې د پیدا کولو لپاره د  $x$  دفاصلې په اندازه یوه کيفي مقطع بیلوو.

معادله دیومستقیم خط  $Q_x = R_A - qx$  معادله له چې د

$0 \leq x \leq L$  محدود شرایطو کې قرار لري.

که چېرې  $x = 0$  شي نو  $Q_x = R_A$  او که چېرې  $x = L$  شي نو

$$Q_x = R_A - q \cdot L = \frac{q \cdot L}{2} - q \cdot L = \frac{qL - 2qL}{2} = -\frac{a \cdot L}{2}$$

$$M_{xI} = R_A \cdot xI - q \cdot xI \cdot \frac{xI}{2} = R_A \cdot xI - q \cdot \frac{xI^2}{2}$$

$$M_{xI} = q \cdot \frac{L^2}{2} - q \cdot \frac{L^2}{2} = 0$$

۳- د کوږوالي مومنت پيدا کوو او اږيوريې جوړوو

دغه معادله د پارابول معادله ده چې د  $x_I$  او  $L$  محدود شرايطو کې قرار لري که چيرې  $x_I = 0$  شي نو د کوږوالي مومنت به  $M_{xI} = 0$  شي که چيرې  $x_I = L$  شي نو پدې صورت کې د کوږوالي مومنت

څرنگه چې د منحنی د رسمولو لپاره دوی نقطې کفايت نکوي د دې خط رسمولو لپاره څلور نقطې نيسو: مربعوي پارابول په اخيري حد يعنې په اکستريموم کې څيرو، چيرته چې عرضي قوه صفر ده يعنې  $x_I = x_0$  کي  $M = M_{max}$  چې دغه قيمت مونږ ته د  $M$  لومړني مشتق پلاس راکوي.

$$\frac{dM}{dy} = \frac{qL}{2} - q \cdot x = 0 \quad \text{د } x_0 = \frac{L}{2} \text{ په لاندې توگه لاس ته راځي}$$

$$x_0 = \frac{qL}{2q} = \frac{L}{2}$$

$$M_{max} = \frac{q \cdot x_0}{2} (L - x_0) = \frac{q \cdot L}{2} \cdot \frac{L}{2} \left( L - \frac{L}{2} \right) = \frac{q \cdot L}{4} \left( L - \frac{L}{2} \right)$$

$$M_{max} = q \cdot \frac{L^2}{8}$$

دوهم مثال:

يوگادر چې د خارجي قوې  $P$  په واسطه تر اغيزې لاندې دې د ديوال سره کله نښتې دی راکړل شوي دي عرضي قوه او د کوږوالي مومنت يې پيدا کړئ او هم يې اږيورونه جوړ کړئ.

حل: لومړی يې اتکايي عکس العملونه پيدا کوو د دې لپاره لروچې:

$$\sum M_A = 0 \Rightarrow -P \cdot L + M_A = 0$$

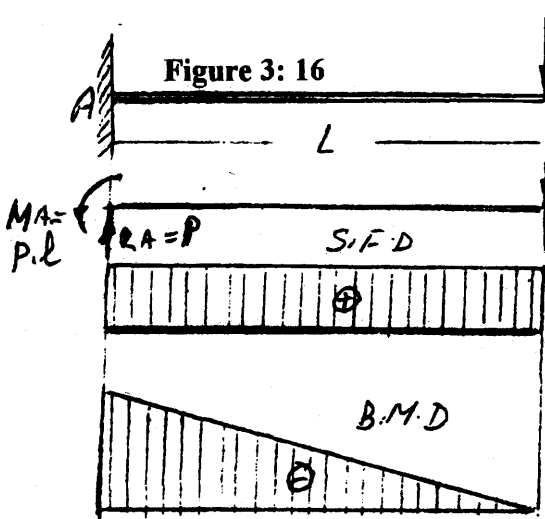
$$M_A = P \cdot L$$

$$\Sigma M_B = 0 \Rightarrow R_A L - M_A = 0$$

$$R_A = \frac{M_A}{L} = \frac{PL}{L}$$

$$R_A = P$$

د دې لپاره چې عکس العملونه مونږ درست يا غلط پيدا کړي دي کنترول اجرا کوو د دې لپاره د ټولو قوو د مرتسمونو مجموعه د Y په محور پيدا کوو او لرو چې:  $\Sigma y = 0 \quad R_A - P = P - P = 0$



۲- عرضي قوې P پيدا کوو او ابيرونه يې جوړوو. څرنګه چې د ګاډر په اخيرني او لومړني سرد P قوه تاثير کوي نو ځکه د ګاډر په اوږدوالي کې عرضي قوه ثابت ده  $Q = P$

۳- د کوډوالي

مومنت د پيدا کولو په خاطر د غوتي څخه د X دفاصلې په اندازه يوه کيفي

$$M_x = M_A + R_A \cdot Z$$

X قيمت د 0 او L په شمول د دوی ترمنځ واقع دی يعنې X د 0 دی که

$$M_x = -M_A = -PL \text{ شي نو مومنت } X = 0 \text{ چيرې}$$

$$\text{او که چيرې } X = L \text{ شي نو مومنت } M_x = -M_A + R_A \cdot L = -PL + P \cdot L = 0$$

لاسته راغلي کور دينات سره نښلوو د مومنت ابيور په لاس راځي.

مثال:- يو ګاډر چې د جوړه قوو (m) تر تاثير لاندی او په دوه اتکاگانو باندې ولاړ دی لرو. عرضي قوې او د کوډوالي مومنتونه يې پيدا کړئ او هم يې ابيورونه جوړ کړئ.

حل (Solution): - د مثال حل د عکس العملونو د پیدا کولو څخه پیل کوو د دې لپاره نسبت A او B اتکاگانو ته د مومنتونو مجموعه چې مساوي صفر کیږي حسابوو لرو چې:

$$\Sigma M_A = 0 \Rightarrow -R_B \cdot L + m = 0$$

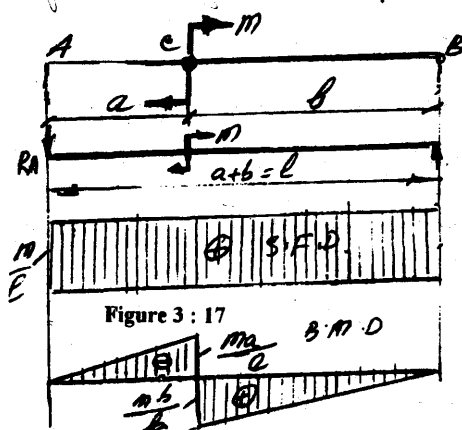
لدي ځای څخه  $R_B = m/L$

$$\Sigma M_A = 0 \Rightarrow -R_A \cdot L + m = 0$$

لدي ځای څخه  $R_B = m/L$

$$\Sigma Y = 0, m/L + m/L = 0$$

۲ - عرضي قوی پیدا کوو او اپیوریې جوړوو، څنگه چې د ګاډر سرونو کښې یوازي  $m/L$  تاثیر یا اغیزه کوي نو ځکه د عرضي قوو قیمت د ګاډر په اوږدوالي کې د تل لپاره ثابت دي یعنې  $Q = m/L = \text{const}$



۳ - د کوږوالي مومنتونه

پیدا کوو او اپیورونه یې

جوړوو: د دې لپاره د A

داتکا څخه د  $X_1$  او  $X_2$

دفاصلو په اندازه مقطع

بیلوو چې د AC او CB

برخو ترمنځ واقع دي.  $M_{X_1}$

پورته  $= -R_A \cdot X_1 = -(m/L) X_1$

معادله د پرابول معادله

ده چې د  $0 < X_1 < a$  محدود

شرایطو لاندې واقع دي. که چیرې  $X_1 = 0$  شي نو د کوږوالي مومنت به د صفر

په نقطه کې چې عبارت د A نقطې څخه دي صفر شي یعنې

$$M_{X_1} = -m/L \cdot 0 = 0$$

او که چیرې  $X_1 = a$  شي نو د کوږوالي مومنت به  $M_{X_1} = \frac{m}{2} a$

د دوهمې مقطع لپاره دغه معادله د مستقیم خط معادله ده چې  $0 < X_2 < L$

دی که چیرې  $X_2 = a$  وي نو د کوږوالي مومنت به  $M_{X_2} = R_{X_2} = (m/L) a$  وي

که چیرې  $X_2 = L$  شي نو د کوږوالي مومنت به  $M_{X_2} = 0$  شي.

مثال

په لاندې ورکړي شوي ( 18 - 3 ) شکل کې دگاږ لپاره د عرضي قوې او کوډوالي مومنتونو معادلې وليکي او همدارنگه د عرضي قوې او کوډوالي مومنتونو اډیورونه جوړ کړئ.

حل:

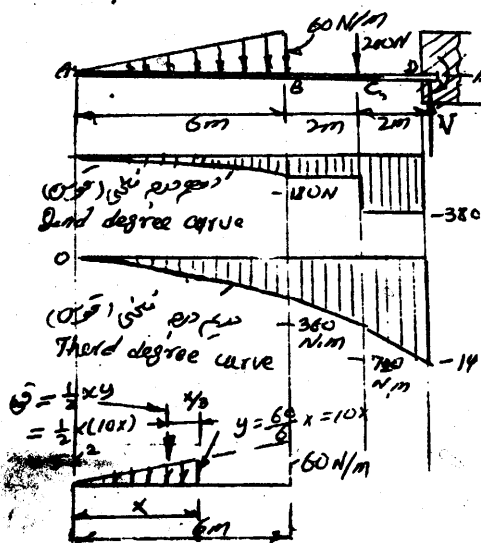


Figure 3 : 18

د مثال حل د عکس العملونو د پیدا کولو څخه پیل کوو چې د دې لپاره Fig-3-19 د Load diagram یعنې د بار دیاگرام رسموو او له هغې څخه د عرضي قوې او کوډوالي مومنت مساوات لیکل اسانه دي یعنې:

$$[V = (\sum Fy_L)], V_{AB} = -5x^2 \quad (N);$$

$$[M = (\sum M)_L], M_{AB} = -5x^2(x/3) = -5/3x^3 \text{ N.m}$$

وروسته له B څخه د مثلي بار محصله قوه ( چې د دې مساحت سره برابره ده او د  $(60)(6)/2 = 180 \text{ N}$  ) په قیمت ثابته ده د مثلي دیاگرام یا د مرکز له لپارې چې د A د نقطې څخه د 4m په فاصله عمل کوي د BC د ساحې لپاره چیرته چې X د 6 څخه تر 8 مترو پورې تغیر مومي ځکه نوموړې لړۍ چې (3-20 شکل وگورئ).

$$[V = (\sum Fy_L)]; V_{AC} = -180 \text{ N}$$

$$[M = (\sum M)_L] M_{BC} = -180(x-4) = (-180 \times 720) \text{ N.m}$$

د C او D تر منځ مقطع لپاره (Fig 3-21) چیرته چې X د 8 څخه تر 10 مترو پورې بدلون مومي لړۍ چې:

$$[V = (\sum Fy)_L], V_{CD} = -180 \times 200 = -380 \text{ N}$$

$$[M = (\sum M)_L] M_{CD} = -180(x-4) 200(x-8) = (-380 + 2320) \text{ Nm.}$$

د عرضي قوي او مومنت معادلې د عرضي قوي او مومنت دیاگرام کې لکه چې په 21 = 3 شکل کې یې گورئ ښودل شوي دي د D په دیوال کې دیاگرام صفر ته راگرځي پدې معني چې د عرضي قوي او مومنت عکس العملونه په دیوال باندې زور راوړي مشاهده کېږي چې اعظمي عرضي قوه او د کوډوالي اعظمي مومنت تل د سخت محکم (Cantilever beam) یوېم په انجام کې وي. پدې قاعده کې یوه استثنا موجوده ده که چیرې ځینې بارونه پورته خواته عمل کوي او ځني نور لاندې خواته عمل کوي په یاد مو وي چې همدارنگه د مومنت معادله  $M_{CD}$  ضروري نده چې د D په نقطه کې د کوډوالي مومنت حساب شي او دامستقیم "دلاندې افادې په واسطه پیدا کیدای شي.

Figure 3 : 20

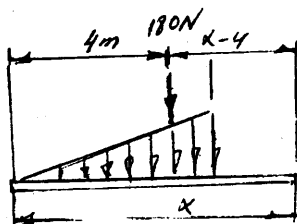
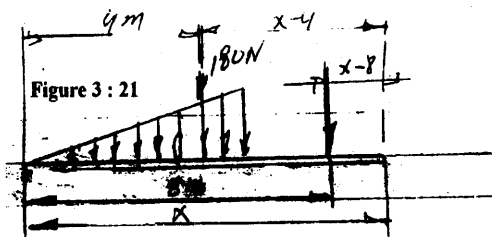


Figure 3 : 21



$$M = (\sum M)_L = -180(6) - 200(2) = -1480 \text{ N.m}$$

## مسائل

(Problems):

په لاندې سوالونو کې

دیمونو لپاره د عرضي

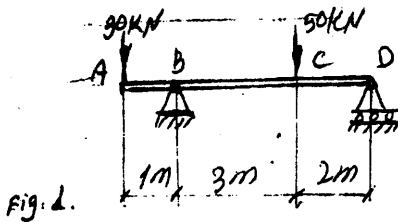
قوو Shear Force او

کوډوالي مومنت

Bending Moment

معادلې ولیکي په هریم کې وگڼي چې X دیم د چپ خواڅخه اندازه شوي فاصله ده همدارنگه په ټولو بار شوو نقطو (ځایونو) کې د عرضي قوو د بدلون او چرته چي عرضي قوه صفر ده نقطو کې قیمتونه مشخص کړي او د عرضي قوو او کوډوالي مومنتونو اپیورونه جوړ کړي په هریم کې دهغې د شخصي وزن څخه صرف نظر وکړي.

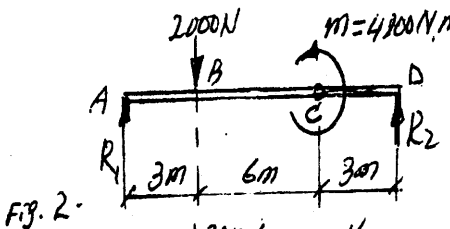




۱- په شکل کې چې بېم  
خرنگه بار شوي دي بنودل  
شوي دي.

خواب:  $Q_{CD} = -24 \text{ K N}$

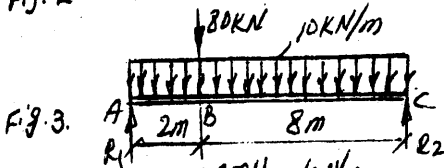
$$M_{CD} = (-24x + 144) \text{ K N.m}$$



۲- په شکل کې د بېم بار  
يدل بنودل شوي دي.

خواب:  $M_{CD} = (-100$

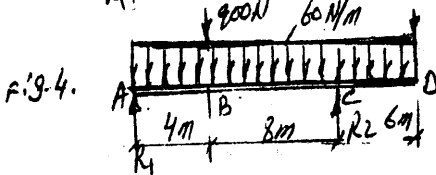
$$x + 120) \text{ N.m}$$



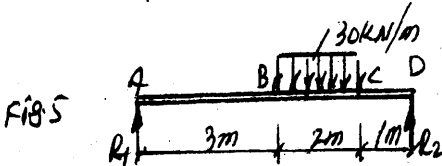
۳- د بېم بار يدل په شکل  
کې بنودل شوي دي.

خواب:  $M_{BC} = (5x^2 + 34x +$

$$160) \text{ MN.m}$$



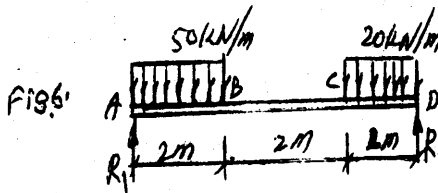
۴- د بېم بار يدل په شکل  
کې ښکاري.



۵- د بېم شېما بنودل شوي  
ده په شکل کې.

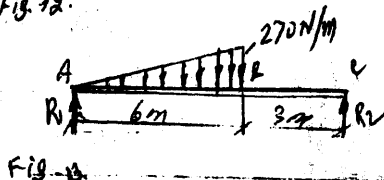
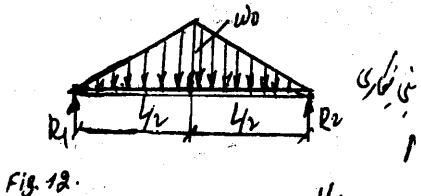
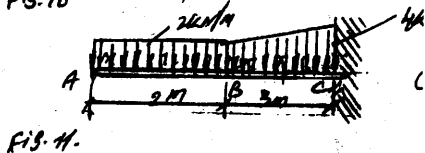
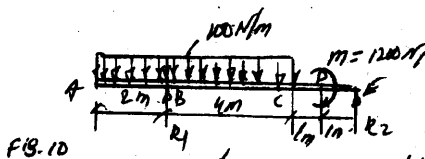
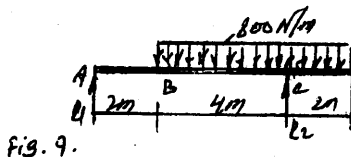
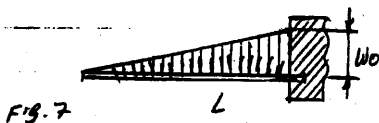
خواب:  $M_{max}$

$$= 66.7 \text{ K.N.m}$$



۶- د بېم نما بنودل شوي ده  
په شکل کې.

خواب:  $M_{max} = 81.0 \text{ K N.m}$



۷- یو کنسولي بیم له یو طرفه

سخت محکم شوي دي په شکل

کښي د هغه بار یدل په گوته

شوي دي

۸- یو کنسولي بیم له یو

طرفه سخت محکم شوي دي

ویشلي بار  $w_0$  لاندې دي

چې بالاخره  $w_0$  صفر ته کمیږي

بیم په هغه برخه کې محکم شوي

دي چې  $w_0$  پکې صفر ده

۹- لکه چې په شکل

گوري بیم بار شوي دي

۱۰- لکه چې په شکل ی

گوري بار مساوي ویشلي عمل

کوي

۱۱- لکه چې په شکل م

کې گوري دبیم غوښتل شوي

قیمتونه پیدا کړي

۱۲- بیم مثلثي بار

انتقالوي په شکل کې ښکاري

خواب:  $M_{max} = w_0 L^2 / 12$

۱۳- په شکل کې ښودل شوې بیم بار شوي دي

## 3-6 داپور د درستوالي کنترول :(Control of Diagram)

- ۱- د کوډوالي مومنت په هغه ځای کې چې  $Q = \frac{dM}{dX}$  د اکستريموم قیمت لري او په هغه ځای کې چې عرضي قوه دمحور سره قطع کوي او یا خپله علامه بدلوي د  $M_{min}$  او  $M_{max}$  قیمتونه لري یعنې که چیرې د عرضي قوې قیمتونه د مثبت څخه منفي ته تغیر وځوري د کوډوالي مومنت  $M_{max}$  قیمت لري او که چیرې د عرضي قوې قیمت د منفي څخه مثبت ته تغیر وځوري د کوډوالي مومنت  $M_{min}$  قیمت لري او که چیرې عرضي قوه د ګاډر دمحور سره بیخي قطع ونه کړي عرضي قوه به  $Q_{min}$  اود کوډوالي مومنت  $M_B$  به اعظمي قیمت ولري.
- ۲- د ګاډر په هغه برخه کې چې د عرضي قوې اپیور مثبت دي د کوډوالي مومنت  $M_B$  لوئیږي او برخلاف که د عرضي قوې اپیور منفي وي د کوډوالي مومنت  $M_B$  کوچنی کیږي.
- ۳- که چیرې د ګاډر په کومه یوه برخه کې ویشلې بار  $q$  یا  $w_0$  وجود ونلري په هغې برخه کې دصفرې قوې اپیور د ګاډر دمحور سره موازي یوه کرښه رسمېږي اود کوډوالي مومنت  $M_B$  اپیور دمحور سره دمايل خط په شانې رسمېږي.
- ۴- که چیرې ګاډر کنسول ولري او یوازي په دې برخه کې په جوړه متركزه قوو (مومنت) باندي بار شوي وي د عرضي قوې  $Q$  اپیور دصفر قیمت لري یعنې دمحور په اوږدوالي کې منطبق کیږي او د کوډوالي مومنت  $M_B$  د اپیور قیمت ثابت دي چې د ګاډر دمحور سره دیومستقیم موازي خط په شانې دهغي دقیمت په اندازه رسمېږي نوموړي برخه د خالص کوډوالي په نوم یادېږي.
- ۵- که چیرې د ګاډر په کومي یوې برخه کې ویشلې بار  $q$  وجود ولري نو د عرضي قوې  $Q$  اپیور د ګاډر دمحور سره مایل خط جوړوي اود کوډوالي مومنت  $M_B$  اپیور دیو مربعوي پارابولي خط په څیر معلومیږي او دهغي خط خوا ته ګاډر کېږي چې د مساویانه ویشلې بار جهت هغي خواته وي.
- ۶- د متركزې قوې د تاثیر څخه د عرضي قوې  $Q$  اپیور د توپ شکل لري چې مطلق قیمت یې د دې قوې سره مساوي دي، او د کوډوالي مومنت  $M_B$  اپیور د یو مات مایل خط شکل لري او هغي خوا ته جهت چې کومې خوا ته د قوې جهت وي.

۷- متمرکز مومنت  $M$  د عرضي قوي په اږيور او قيمت باندې اثر نلري او د دي مومنت څخه د کوروالي مومنت اږيور د توپ شکل حاصلوي د توپ جهت د متمرکز مومنت د جهت څخه ټاکل کېږي.

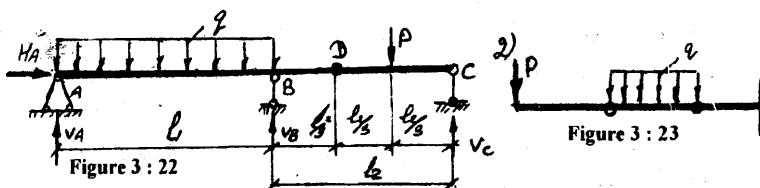
۸- که چيرې ګاډر په دوه اتکاو باندې واقع وي او کنسول ونلري نو په اتکا کې د کوروالي مومنت  $M_B$  اږيور صفر دی او که چيرې په سرونو کې يې متمرکز مومنت نه وي نو د غوتي (زاديلکا) مومنت اږيور هم صفر دي.

## ۷-۳ ډيروايه لرونکي معين ستاتيکي ګاډرونه

### مفصلي او کنسولي ګاډرونه

په ساختماني پراکتیک کې د يوې وایه لرونکي ګاډرونو د څيړنې په لړ کې په پراخه اندازه ډير وایه لرونکي معين ستاتيکي ګاډرونه استعمالېږي نوموړي ګاډرونه د خپل جوړښت له مخې د يوې وایه او کنسولي ګاډرونو سلسله چې په خپلو منځونو کې سره دمفصلونو په مرسته نښتي دي غوره کوي.

د داسې ګاډرونو د طرحه رېزي او محاسبه کولو زياتې مفصلي معنلې



ساختماني ميخانيک په کورس کې مطالعه کېږي، دلته د  $M_x$  او  $Q_x$ ،  $Q_y$  اږيورنو ترتيبول گورو چې په دوه لارو يې اجرا کولی شو.

۱- لومړی اتکايي عکس العملونه پيدا کوو د دې لپاره د تعادلي معادلو له استعمال څخه کار اخلو، څرنگه چې د ستاتيک د تعادلي شرطونو څخه د لاس ته راغلو دريو معادلو نه پرته د منځنيو مفصلونو په اندازه يوه اضافي معادله په دې شرط جوړوو چې په مفصل کې د کوروالي مومنت د هغه سره مساوي شي.

(مفصل په گرېډو کې مقاومت نه لري، نو ځکه په هغه کې مومنت نه پيدا کېږي).

مثلا د لومړي نمبر ګاډر لپاره دغه عملیه په لاندې ډول اجرا کوو:

$$\Sigma Y = 0 \Rightarrow H_A = 0$$

$$[\Sigma M_A = 0] \cdot qL \frac{L_1}{2} - V_B \cdot L_1 + P(L_1 + \frac{2L_2}{3}) - V_c(L_1 + L_2) = 0$$

$$[\Sigma M_B = 0] - qL \frac{L_1}{2} + V_A \cdot L_1 + P \frac{2L_2}{3} - V_c \cdot L_2 = 0$$

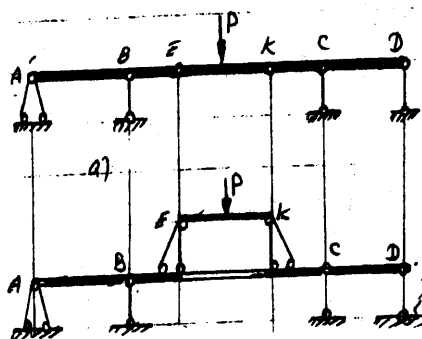
$$[\Sigma M_B = 0] P \cdot \frac{L_2}{3} - V_c \cdot \frac{2L_2}{3} = 0$$

د کنترول لپاره د Y له معادلې څخه ګټه اخلو  $\Sigma Y = 0$

II- له دې نه وورسته کولی شو چې د داخلي قوو فکتورونه تعین او د هغوی اپیورونه جوړ کړو نوموړې طریقه که چېرې د وایو شمیر د دوو څخه زیات وي غیر مقعوله طریقه ده ځکه چې په دې حالت کې د اتکايي عکس العملونو د ټاکلو په وخت کې په هره یوه معادله کې د یو څو مجهولو سره یو ځای د معادلې سستم حلول پېښیږي لدې کبله په پراکتیک کې د داسې ګاډرونو محاسبه کول د طبقه یي یا محاسبوي شیما ګانو د ترتیبولو په مرسته چې د ګاډر فعالیت ښکاره کوي ترسره کیږي مثلاً د AD ګاډر د دریو وایه ګاډرونو څخه جوړ شوي دي که څه هم منځني ګاډر E K په دوو اخیږنیو سرونو باندي خوړندي دي هغه خپل بار په مستقیم توګه په ځمکي باندي راولي نو ځکه دهغې فعالیت په راتلونکي توګه تصور کولی شو (b شکل) د E او K مفصلونه د دوهم ترتیب مشابه اتصال د ګاډري مفصلي

غیر متحرکې اتکا په شاني

عوض کیږي.



د ګاډر طبقه یي شیما د دې امکان را کوي چې د هر یو ساده ګاډر محاسبه کول په جدا ګانه توګه د پورتنۍ طبقې څخه پیل کیږي او په لاندیي ګاډر باندي د پورتنیي ګاډر داتکاد فشاري قوې (فشاري قوه داتکا د

(اساسی، انتقالی) گھار باندی راولی

راولی.

غوره کوی د محاسبی په

د ګاډر د محاسبه کولو ترتیب په شکل کې ښودل شوي دي.

مثال:

نوموړې مثال د تیرې طریقې له

مخى حلوو.

۱- طبقه یی شیما جوړو او د

گاہر د محاسبہ کولو ترتیب و بنیو.

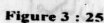
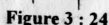
۲۔ د پورتنی (۱) کا در لپارہ

## اتکایی عکس العملونه ٲاکو او

اپیوری جو پروو.

فشاری قوو باندی باروو او اتکایی عکس العملونه یی تاکو او بیایی اپیور

جوروو



۴- ټولو اپیورونه د مفصلي کنسولي ګاډر په عمومي محور باندې په یوې معلومي اندازې کښې راوړو.

$$\sum X_i = 0 \quad H_B = 0$$

$$\sum M_B = 0 - q \cdot \frac{4^2}{2} + V_c \cdot 4 = 0 \Rightarrow V_c = 4 \text{ kN}$$

$$\sum M_c = 0 \quad q \cdot \frac{t^2}{2} - V_B \cdot L = 0$$

د قیمت د وضع کولو وروسته پلاس راوړو:

$$V_B = 4 \text{ kN.}$$

اوس د ګاډر کینه برخه خپرو:

$$\sum X = 0. \quad H_A = 0$$

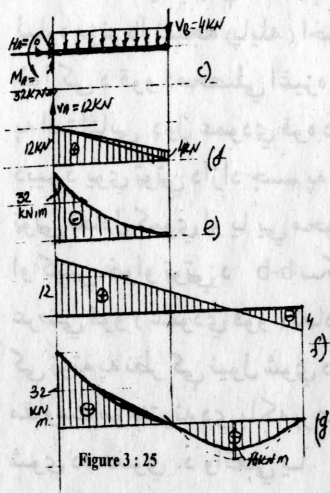
$$\sum M_A = 0. \quad M_A - q \cdot \frac{L^2}{2} - V_B \cdot L = 0$$

لډې ځای څخه  $M_A = 32 \text{ kN.m}$

$$\sum M_B = 0$$

$$-V_A \cdot L = q \cdot \frac{L^2}{2} + M_A = 0$$

لډې ځای څخه  $V_A = 12 \text{ kN}$



## ۳:۸ د عمودي قوو او کورېوالي مومنت مفهوم

### Interpretation of Vertical Shear And bending Moment

په 3-26 شکل کې ښودل شوي بيم يا ګاډر مساوي ويشلي بار لکه د متمرکز بار په شان انتقالوي د b-b سکشن په کینه برخه کې هر عمل کوونکي بار خارجي اغیزه په جداګانه توګه په C, b او d برخو کښې ښودل شوي ده پدې هر يو شکلونو کې د وار د شوي بار اغیزه د خپرنې لاندې برخې ته د مساوي جوړو په زیاتولو سره انتقال شوي ده بلکه ښودل شوي قوې مخالف جهت لرونکي دي په نوموړي سکشن کې لکه چې د شکل په ښی خوا کې ښودل شوي ده او د نوموړي سکشن څخه یوه قوه کمه او جوړه قوه

ورسره جمع کوو. د جوړه قوو مومنت د کوږوالي مومنت سره برابر یا مساوي دي لکه څنگه چې په ترکیبي شکل (e) کې ښودل شوي دي د څیړنې لاندې سکشن په یوې خوا کښې د بارونو اغیزه د قوو هغه سستم ته کمیږي د کومه چې عمودي قوو (عمودي عرضي قوې) مجموعه او جوړو یو سستم جوړوي چې الجبري مجموعي یې د کوږوالي مومنت دي. ددې لپاره مونږ دا نتیجه (پایله) اخستې شوچې د مطالعې لاندې سکشن یوې

خوا کې د قوو د محصلي اغیزه یوې واحدې قوې ته را کمیږي او جوړه چې په استثنایي ډول عمودي قوه ده او په سکشن کې د کوږوالي مومنت دي دبیم د یوې ټوټې د آزاد جسم په ډیاگرام (F.B.D) دغه قوې واردو چې ددې ټوټې تعادل کموي او یا یې محوه کوي. ځکه نو په (2-26 شکل) کې دښې او کښې خواو ټوټې د b-b سکشن او په (27-3 شکل) کې مومنت او عرضي قوو (عمودي قوو) تعادل ښودل شوي دي لکه څنگه چې چېه خوا کې ټوټه په نظر کې نیول شوي ده دا موازیني یا معادل د مقاومت قوې او مقاومت مومنتونه دي بلکه برعکس په ښې خوا کې ټوټه په پام کې نیول

شوي ده هغوي، د واقعي یا

حقیقي عرضي قوې

(عمودي قوې) او کوږوالي

مومنت څخه نمایندګي کوي.

Figure 3-26

3-26 شکل: عرضي قوې او

مومنت د مطالعې لاندې

سکشن یوې خوا کې عمل

کوونکې قوو او بارونو دا

غیزې نتیجه ده.

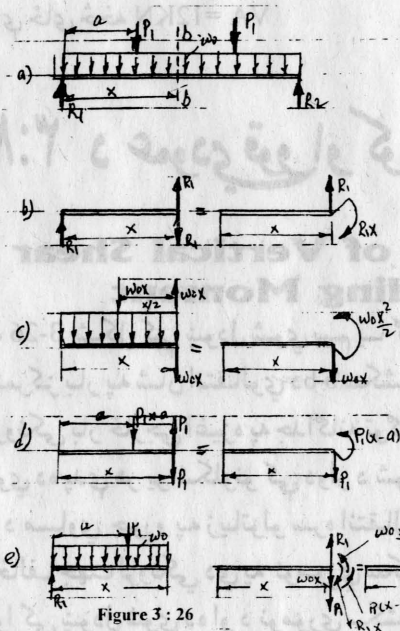


Figure 3: 26



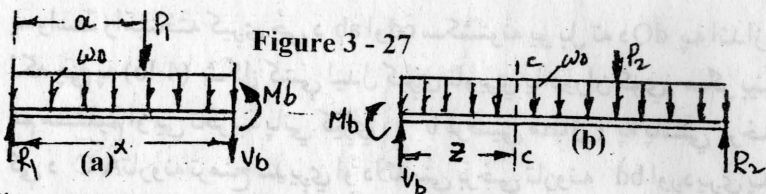


Figure 3, 27 Free body diagram of segments of Figure in Terms of shear and moment

## څلورم څپرکي

### 4. د بيمونو تشنجات Stresses in Beams

#### 4-1 عمده مفهوم:

پدې څپرکي کې مونږ د کوډوالي مومنت او په کوډوالي کې د تشنجاتو ترمنځ اړيکي او د عمودي قوو عرضي تشنجاتو ترمنځ اړيکې مطالعه کوو چې په لاندې ډول يې خلاصه کوو.

- ۱ - د بيم همواره سطحه (مقطع) همواره پاتې کېږي.
- ۲ - د بيم مواد هوموجيني دي او د هوک د قانون پيروي کوي.
- ۳ - کشش او فشار لپاره ارتجاعيت مودلونه سره مساوي دي.
- ۴ - په لومړي سرکبنې بيم مستقيم دي او عرضي ثابته مقطع لري.
- ۵ - د باريدني سطحه (مستوي) بايد د بيم د عرضي مقطع اساسي محورونه ولري او بارونه بايد د بيم امتدادي محورونو ته عمود وي.

#### 2-4 د کوډوالي د فورمول اشتقاق

#### Derivatin of Flexure Formula

تشنجات د کوډوالي مومنت په واسطه پينځېږي چې په کوډوالي کې د تشنجاتو (Flexure Stresses) په نوم ياديږي او د دغو تشنجاتو او کوډوالي مومنت ترمنځ اړيکه د کوډوالي د فورمول (Flexure Formula) په نوم ياديږي. (Fig 4-1a) د دوه سکشنونو ab او cd اتصال (ملحق والی) ويني چې د dx د فاصلې په واسطه يو له بل څخه جلا دی. کوډوالی د p بار

په واسطه رامینځته کېږي چې د  $ab$  او  $cd$  سکشنونه یو بل ته د  $dQ$  په اندازه لکه چې په (4-lb) شکل کېنې لیدل کېږي تاوېږي یا دوران کوي مگر بیا هم مستقیم او بې تخریبه پاتې کېږي (د  $b$  فرضيې مطاق) په پاسني برخه کې د  $A$  تارونه ترمنځ لنډېږي او د لاندیني برخې تارونه  $bd$  اوږدېږي په ځینو ځایونو کې ددوي ترمنځ د  $ef$  تارونه واقع وي د کومو چې اوږدوالي بې تغیره پاتې شوي دي.  $a$  ب ته موازي د  $f$  له لاري  $dd$  خط کشو چې د  $cd$  فایبر (تارونو) لنډوالي د  $cc$  په اندازه وېشي او فشاري ده او د  $bd$  فایبر  $dd$  په اندازه اوږد شوي دي او کششي دي. او سطحه د  $ef$  فایبرونو څخه متشکله ده چې د خنثي سطحي  $Neutral Surface$  په نوم یاده شوي ده ځکه چې دا ډول سطحي نه اوږدې شوې دي او نه هېڅ ډول تشنجات زغمي اوس د ورته تار  $Typical Fiber, gh$  تغیر شکل چې د خنثي سطحي څخه د  $Y$  واحداتو په اندازه واقع دي په نظر کې نیسو د دې اوږدوالی  $gk$  د  $Y$  شعاع لرونکې یو دایروي قوس دی چې د  $Q$  زاوې په مقابل کې واقع دي او د لاندې افادې په واسطه لاسته راځي:  $YdQ = \sigma = hk = Strain$  یا تغیر شکل د  $ef$  فایبر د تغیر شکل او اصلي اوږدوالي ترمنځ نسبت په واسطه

$$\frac{\sigma}{L} = hk = yd\theta/es$$

که چېرې موږ کوډوالی د خنثي سطحي په  $P$  سره وېشایو نو کوډ شوي اوږدوالی به د  $PdQ$  سره برابر یا مساوي وي چې له دې څخه  $Strain$  په

$$\epsilon = \frac{yd\theta}{pd\theta} = \frac{y}{\rho} \dots\dots\dots$$

فرضوو چې مواد هوموجني دي او د هوک د قانون پیروي

کوي (یعنې 2 فرضي) لذا په  $gh$  فایبر کې تشنجات عبارت دي له:

$$\sigma = E\epsilon = \frac{E}{\rho} y \dots\dots\dots (a)$$

د  $a$  افاده وېش چې په هر یو تار کې د نیټروال سطحي څخه د  $Y$  په موقعیت تشنجات مستقیماً بدلېږي یا تغیر مومي او داسې فرض شوې ده چې د ارتجاعیت مودول په کشش او فشار کې یو شان دی (3 فرضیه) او د کوډ والي شعاع د خنثي سطحي ( $Neutral Surface$ ) څخه د  $Y$  فایبر د موقعیت په فاصله ازاد دی. اگر چې تشنجات باید د تناسبی حد څخه تجاوز ونه

کړي دلته دی چې د هوک قانون د تشنجاتو د بدلون په اساس صدق نکوي  
 د نيترال سطحې (Neutral Surface) او متقاطع سکشن (Transverse Section) تر منځ خط (Line) د څنډې محور neutral axis په نوم یاد شوي  
 دی چې په NA سره ښودل شوي دي. (لاندې شکل ته زیر شئ Fig 4-2) د دې  
 لپاره چې تصدیق کړو چې د خارجي بارونو موقعیت هېڅ ډول X مرکبي نه  
 لري (5 فرضیه) موږ باید ولرو چې:  $[F_x=0]; \sigma x dA=0$

چې دلته  $\sigma x$  د (a) په افادې کې د  $\sigma$  سره معادل ده که  $\sigma x$  په  $\frac{E y}{\rho}$  سره  
 عوض کړو موږ لرو:  $\frac{E}{\rho} \int y dA = 0$

$E/P$  ثابت نسبت د انتگرال د علامې څخه د باندې لیکل شوي دي  $\frac{E y}{\rho}$   
 ځکه نو  $Y dA$  د کوچنۍ برخې  $dA$  مومنت دی چې نسبت نيترال محور ته  
 نیول شوی د  $Y dA$  انتگرال د مساحت مجموعي مومنت دی. له

$$\frac{E}{\rho} A y^- = 0 \quad \dots\dots\dots \text{دې کبله:}$$

کله کله د  $Y$  قیمت صفر کېدای شي موږ دا خلوو چې د نيترال محور  
 (وضیعه کمیتونو محور) څخه تر عرضي مقطع د مرکز پورې فاصله باید  
 صفر وي بیا نو نيترال محور باید د عرضي مقطع مرکز په خپل ترکیب کې  
 ولري. هغه حالت چې  $F_y=0$  دی د  $V=vr$  نتیجه ده یعنې عرضي قوه د  
 مقاومت قوې سره برابره ده ممکن دلته مشاهده شي چې د مقاومت عرضي  
 قوه  $Vr = \int \tau x y dA$  مجموعو ده چې عبارت ده له:  $Vr = \int \tau x y dA$   
 د  $\Sigma F_z=0$  د عرضي قوو  $\tau x^2 dA$  سیستم باید پخپله په تعادل کې وي چې د  
 دې فصل تشریح بیله موضوع ده.

اوس هغه حالت په پام کې نیسو چې پکې  $\Sigma m_y=0$  ده د خارجي قوې  
 (بارونه) نسبت  $Y$  محور ته هېڅ مومنت نه لري او نه داخلي قوې  $\tau x y dA$  او  
 $\tau x z dA$  لري

له دې کبله نو:  $[\Sigma M_y=0]; \int z (\sigma x dx)=0$   
 بیا  $\sigma x$  په  $E y/\rho$  عوض کوو او لروو:  $\frac{E}{\rho} \int z y dA = 0$

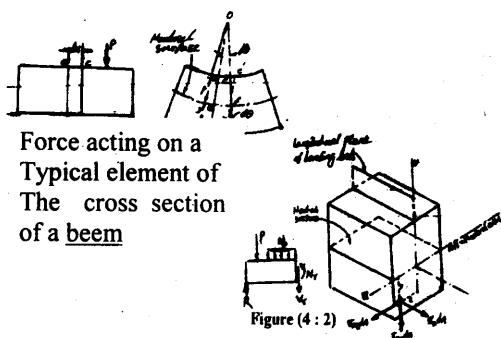
$\int yz dA$  انتگرال د  $Pzy$  د انرشیا محصول دي کوم چې صفر دی. که چېرې  $Y$  یا  $Z$  د تناظر محور axis of Symmetry وي او یا اساسي محور وي. دا دی د 5 فرضيې ثبوت او تایید.

د  $\Sigma Mz=0$  معادلې اخیرنې حالت غواړي چې د کوډوالي مومنت د مقاومت د مومنت په واسطه بلانس شوې دی چې  $M=Mr$  سره شي نسبت د یو ساده عنصر نیوترال محور ته د مقاومت مومنت عبارت دی له  $Y(\sigma x dA)$  دا حالت غواړي چې  $M = \int y (\sigma x dA)$  وی کوم چې  $\sigma x$  په ځای د  $(\alpha)$  معادلې څخه  $Ey/p$  وضع کولو سره په لاس راځي:

$$M = \frac{E}{p} \int y^2 dA$$

له بلې خوا  $\int Y^2 dA = I$

په حیث پیدا شوې دی چې نسبت وضعیه کمیتونو محور ته د مساحت د انرشیا مومنت په نوم یادېږي. چې د انرشیا مومنت په هکله په جداگانه



Force acting on a Typical element of The cross section of a beam

څېړکي کې مکمل او بشپړ معلومات وړاندې کېږي. چې دلته د وضعه کمیتونو محور د خنثی محور دی او د مرکزي محور

$$M = \frac{EL}{p} \dots (b)$$

سره معادل دی بالاخره لرو چې:

د (b) معادلې عادي یا مروج شکل په لاندې ډول دی:

$$\frac{I}{p} = \frac{M}{EI} \dots (4:1)$$

د (4-1) معادلې څخه  $\frac{E}{p}$  نسبت د ده د قیمت سره د (a)

$$\frac{E}{p} = \frac{M}{I} = \frac{\sigma}{y}$$

په معادله کې مساوي کوو او لرو چې:

چې له دې ځایه څخه مستقیماً د کوډوالي فورمول لاسته راځي:

$$\sigma = \frac{My}{I} \dots (4-2)$$

دا فرمول موږ ته رانښايي چې په کوډوالي کې تشنجات په بل هر یو سکشن کې مستقیماً د سکشن او نیوترال محور تر منځ فاصلې سره بدلون مومي یعنې د نوموړې فاصلې پورې اړه لري په زیاتو عامو فورمولونو کې  $C$  د  $Y$  سره عوض شوې دی کوم چې د نیترال محور څخه تر وړاندیني تار (عنصر) پورې فاصلې څخه عبارت دی په دې تغیراتو سره په کوډوالي کې اعظمي تشنجات د هر یو سکشن لپاره داسې شکل غوره کوي:

$$\sigma_{\max} = \frac{MC}{I} \dots (4:2a)$$

که چېرې  $I/C$  د سکشن د مودل (Section modulus) په نوم یاد شوي وي او په  $S$  سره ښودل شوي وي د کوډوالي په فورمول کې بل عام بدلون (تغیر) عبارت دی له:

$$\sigma_{\max} = \frac{M}{I/C} = \frac{M}{S} \dots (4:2b)$$

دا تغیرات (اختلافات) د ثابتې مقطع لرونکې بیمنو لپاره ګټور دي څرنگه چې دا وېش چې په کوډوالي کې اعظمي تشنجات هلته پېدا کېږي چېرته چې د کوډوالي اعظمي مومنټ وي د عام عرضي مقطع لپاره د سکشن مودول مختلف قیمتونه په 4-1 جدول کې ورکړل شوي دي.

4.1 \* جدول

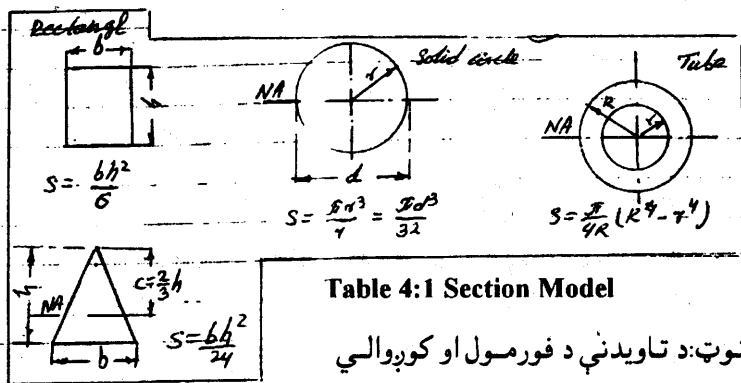


Table 4:1 Section Model

نوټ: د تاویدنې د فورمول او کوډوالي

فورمول تر منځ ورته والی عبارت دی له  $T = T_p/I$  او د کوډوالي فورمول  $\sigma = My/z$  دی، دا ورته والی د هغوی په اسانۍ سره یا دول په ګوته کوي.



Figure 4 : 3

Resisting moment equivalent to the Couple created by the resultant Compressive and tensile forces.

د خطي تشنجاتو توزیع (ویشنه) کې منحنی تشنجات د اعظمي تشنجاتو د

$$T = C = (\sigma_{ave})(Area) = \left(\frac{1}{2}\sigma\right)\left(b\frac{h}{2}\right)$$

نمایی څخه عبارت دي.

فشاري قوه C او کششي قوه T د

مستطیل ویشلې بار د مرکز له لپارې د NA څخه د K په فاصله کې عمل کوي دلته NA نیترال محور (Neutral axis) دی.

$$E = \text{څکه نو} \quad K = \frac{2}{3}C = \frac{2}{3}\left(\frac{h}{2}\right) \quad 2K = \frac{2}{3}h$$

$$M = Mr = Ce = Te$$

د کوپړوالي مومنت د مقاومت د مومنت

$$M = \left(\frac{1}{2}\sigma\right)\left(b\frac{h}{2}\right)\left(\frac{2}{3}h\right) = 6\frac{bh^2}{6}$$

سره مساوي کوو لرو چې: .....

چې دا د مستطیلې سکشن لپاره د 4-2b

معادلې سره مساوي ده.

## ۴،۲ د تخریب (انفجار) مودول

### Modulus of Rupture

(4-2a) معادله د هغو بیمنو لپاره چې د تست په ماشین کې د تخریب معلومولو لپاره بار شوې وي په کوپړوالي کې تشنجاتو محاسبه کولو لپاره استعمال کېدای شي. څکه چې د تناسب حد د موادو وروسته زیاتېږي او فشار (تشنجات) په دې حالت (اندازه) کې چې پېدا شوي د یو (حقیقي) درست تشنجاتو څخه نه زیاتېږي غیر حقیقي تشنجات چې تر اوسه پورې

ذکر شوي دي د انفجار (تخریبي) مودول (Modulus of Rupture) په نوم یادېږي.

او دا د دې لپاره استعمالېږي چې د بیم حدي مقاومت، مختلفو سایزونو لپاره او د هغوی د موادو مقایسه کول پرې اجرا شي.

پوښتنه:

یو بیم چې 150mm عرض او 250mm لوړوالی لري د شکل مطابق بار شوې دی په کوډوالي کې اعظمي تشنجات معلوم کړئ. Fig 4-4

حل (Solution) د سوال حل د کوډوالي اعظمي مومنت د پیدا کولو

څخه پیل کوو د عرضي قوو دیاگرام یا اپیور وښی چې چېرته چې عرضي قوه صفر ده د کوډوالي مومنت په نوموړي مقطع کې اعظمي قیمت لري. د نوموړي فاصلې د پیدا کولو په خاطر د عرضي قوې معادله د صفر سره مساوي کېږي او په معادله کې موجود  $x$  قیمت چې د فاصلې څخه عبارت دی پیدا کېږي د دې سوال لپاره  $x = 2m$  دی.

د نوموړي دیاگرام مساحت څخه د دې لپاره کار اخلو چې د کوډوالي مومنت پیدا کړو نو لرو چې د  $x = 2m$  کې:

$$[\Delta M = (\text{Area}) V] ; M_{\max} = \left( -\frac{14+2}{2} \right) (2) = 16 \text{ KNim}$$

دلته د مومنت د اپیور رسمولو ته حاجت نشته.

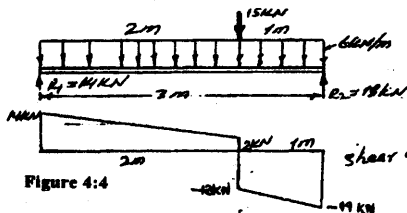


Figure 4-4



اوس د کوډوالي فورمول

تطبيقو د 4-1 جدول څخه لرو

چې د ستاتيک مومنت (Section Modulus) د مستطیل لپاره  $S = bh^2/6$  دی ځکه نو

$$[\sigma = \frac{M}{S} = \frac{6M}{bh^2}]$$

$$\sigma_{\max} = \frac{6(16 \times 10^3)}{(0,150)(0,250)^2}$$

..... 10.24Mpa Ans: ځواب:

پوښتنه:

يو لرگی بيم چې 4in په 12in کې پراخوالی او لوړوالی لري او 20ft اوږد دی د شکل مطابق بار شوېدی که چېرې په کوډوالي کې اعظمي تشنجات 120 psi وي د P قیمت پیدا کړئ او هم P قوې د اغېزې په نتیجه کې د (wo) قیمت معلوم کړئ که چېرې عرضي قوه صفر شي.

## حل (Solution)

د دې لپاره چې د ورکړل شوي حالت تصدیق وشي د عرضي قوې دیاگرام باید لکه چې په شکل کې ښودل شوي په شان وي. د Wo اعظمي قیمت د دې لپاره چې د p قوې د اغېزې په نتیجه کې عرضي قوه صفر ته راکمه شي په لاندې ډول لاسته راځي:

$$[\Delta V = (\text{Area}) \text{ Load}]; 10w_o + \frac{P}{4} = 15 w_o$$

چې نوموړې افاده د p او w\_o تر منځ دغه افاده لاسته راځوي.

$$P = 20 w_o \dots (a)$$

د کوډوالي اعظمي مومنت د p قوې لاندې واقع کېږي او عبارت دي له:

$$[\Delta M = (\text{area}) V]; M_{\max} = \frac{1}{2}(15)(15w_o) = 112.5 W_o \cdot \text{lb} \cdot \text{ft}$$

ځواب:

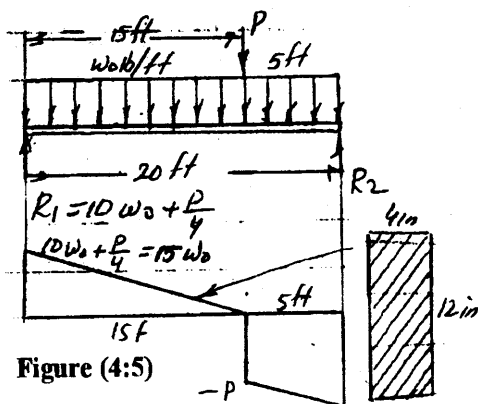
$$w_o = 85.3 \text{ lb/ft}$$

د (a) افادې څخه د p قیمت په دې ترتیب تر لاسه کوو چې:

$$p = 20w_o = 20(85.3) = 1706 \text{ lb}$$

یاداشت:

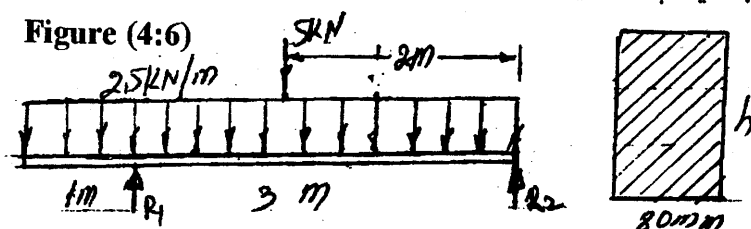
کله چې مساوي ویشلی بار عمل کوي د عرضي قوې دیاگرام (Shear Diagram) په نوموړي ساحه کې یو مایل خط په لاس ورکوي.





## د تمرین سوال:

په شکل کې ښودل شوي بیم لپاره اعظمي ارتفاع  $h$  پیدا کړې که چېرې په کوډوالي کې اعظمي مجازي تشنجات  $20 \text{ Mpa}$  وي.



پوښتنه:

یو بکس بیم چې د څلورو توتو  $(8 \times 2) \text{ in}$  کې اندازې لري په احتیاط سره یو ځای شوي دي تر څو په شکل کې ښودل شوي شکل ځانته اختیار کړي وښایست چې  $I_{NA} = 981.3 \text{ in}^4$  دی که چېرې  $w_o = 300 \text{ lb/ft}$  وي د  $p$  قیمت پیدا کړئ په داسې حال کې چې په کوډوالي کې تشنجات  $1400 \text{ psi}$  وي [ځواب  $p = 6680 \text{ lb}$  دی]

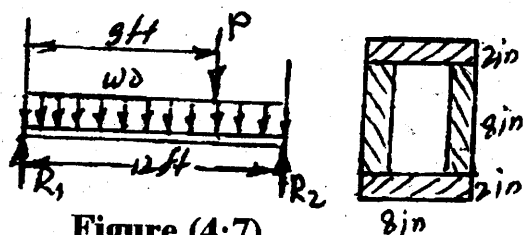


Figure (4:7)

همدغه سوال د

$w_o = 600.6 \text{ /ft}$

لپاره حل کړئ.

## 4-3 اقتصادي مقطع ګانې

### Economic Sections

هغه بېمونه چې مستطیلي او یا دایروي مقطع ګانې لري هغه تارونه (Fibers) چې د خنثی (neutral) محور ته نږدې وي د فشار لاندې دي او د هغوی سره په پاسنۍ (top) او لاندینۍ (bottom) کې مقایسه کېږي د کوډ والي فورمول  $M = \sigma I / C$  وښی چې که چېرې د مستطیلي مقطع لرونکی بیم

یوه ساحه Fig 4-8a دوباره ترتیب شوي وي څرنگه چې د عین لوړوالي (ژوروالي) ساتل ضروري دي لکن په Fig 4-8b کې بنودل شوي دي لرو چې د انرشیا مومنت یې ډیر زیات وي البته د لوی مقاومتی مومنت په نتیجه کې، په فزیکي توګه د مقاومت مومنت زیاتوالی د زیاتو تارونو د موجودیت په صورت کې چې د NA محور څخه په زیاته فاصله واقع دي پیدا کېږي.

په دی ډول تارونو کې چې زیات تشنجات زغمي یا قبلوي او نسبت NA محور ته د مومنت اعظمي ترین بازو لري چې د کوږ والي د موجوده مومنت په مقابل کې مقاومت ولري اگر چې په Fig 4-8b کې مقطع عملي نده د دې لپاره دوه برخې ممکن سره یو ځای را ولوئږي. دا ضروري ده چې دا دواړه ټوټې یو له بل سره د یو څه شي په واسطه وتړل شي لکه چې په Fig 4b کې لېدل کېږي په راتلونکي کې موږ ممکن د دې د اندازو په ټاکلو پوه شو چې څرنگه پیدا کېږي W. Shape یو ډیر اغیزناکه او عملي ساختماني عنصر دی، چې نه یوازې په زیات کوږوالي کې د مقاومت مومنت لري او کم وزنه موادو څخه جوړېږي.

بلکې زیات موثر هله ده چې د بارونو لپاره پکارول کېږي د دې په نسبت د I بیم استعمال کم دی او د دواړو مشخصات په B ضمیمه کې شته دي. د مثال په ډول په W 160x140 بیم کې 610 د بیم لوړوالی په mm او 140 د بیم وزن په Kg/m یعنی یو متر اوږد نوموړی بیم 140 Kg وزن لرونکی دی د بیم په ټاکلو کې باید لاندې شرط پوره شي.  $S \geq \frac{M}{[\sigma]}$  چې دلته M- د کوږوالي اعظمي مومنت دی،  $[\sigma]$  - په کوږوالي کې مجازي تشنجات دي، (S)- د مقاومت مومنت دی.

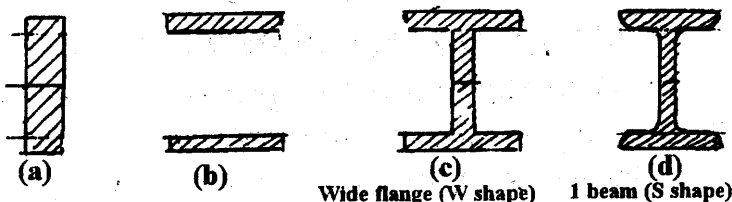


Figure (4 : 8)

$$M_r = \frac{\sigma I}{c} = \sigma s \dots (4-3)$$

د مقاومت مومنت (moment of Resistance) ډیر دیزانونه په دی بنسټ شویډي چې لږ وزن ولري یعنې په متر کې مینیموم وزن ولري په جدول کې تیوریکي کتله په متر استعمال شوې ده. همدارنګه  $r$  د انریشیا د شعاع په حیث استعمال شوې ده.

$$\sigma = \frac{M_{max}}{W_x} \leq [\sigma]$$

پورتنی فورمول په دې ترتیب هم لکلی شو:

چې دې ته د دیزاین فورمول هم وایې چې دلته  $W_x$  د مقاومت مومنت په  $(Cm^3)$  او  $(mm^3)$  دی.

$\sigma$  - نور مالي تشنجات دي او  $M_{max}$  د کوډوالي اعظمي مومنت دی په پورته فورمول کې تشنجات باید د مجازي تشنجاتو څخه کم او یا ورسره برابر وي د امکان په صورت کې باید کم وي.

### مثال (Example)

د شکل مطابق په بیم کې حقیقي اعظمي تشنجات پیدا کړئ که چېرې د نوموړي بیم د موادو لپاره په کوډوالي کې مجازي تشنجات  $[\sigma] = 120\text{mpa}$  وي فرض کړئ چې بیم بغلي (د څنګ) انحراف نه کوي په همدې ترتیب د بیم لپاره W Shape مقطع وټاکي.

حل (Solution):

لومړی عکس العملونه پیدا کوو او د عرضي قوو دیاګرام یا اپیور جوړو اعظمي مومنت هغه ځای کې صورت نیسي چېرته چې بار عمل کړیدی یا عرضي قوه صفر شویډه یعنې د سرحد څخه تېره شویډه.

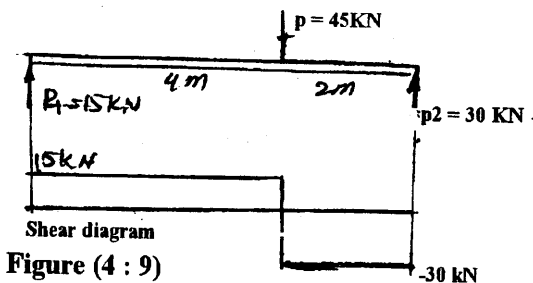
$$M_{max} = 15 \times 4 = 60\text{KN} \cdot \text{M}$$

$$[S \geq \frac{M}{[\sigma]}]$$

د فوزمول څخه کار اخلو

لرو چې

$$S \geq \frac{60 \times 10^3}{120 \times 10^6} = 500 \times 10^{-6} \text{m}^3 = 500 \times 10^3 \text{mm}^3$$



د B ضميمې جدول  
ته ستنېږو او  
Wshape  
مشخصات گورو په  
جدول کې  
 $S=500 \times 10^3 \text{ mm}^3$   
لپاره نژدې لوی

قيمت  $512 \times 10^3 \text{ mm}^3$  دی چې د  $200 \times 52$  w نمبر شکل سره سمون خوري  
په 25 w گروپ کې مونږ د  $W250 \times 45$  د  $S=534 \times 10^3 \text{ mm}^3$  پېدا کوو چې  
نوموړې قيمت هم مناسب دی خو ډير مناسب يې  $W310 \times 39$  دی چې  
 $S=549 \times 10^3 \text{ mm}^3$  دی او تر ټولو لږ  $38.7 \text{ Kg}$  کيلو گرامه په متر وزن لري.  
د دې پوښتنې په ځواب کې چې ولې دومره ډير مختلف بيمونه چې تقريباً  
يو شان مقطع لري جوړ شوي دي بايد وويل شي هغه چې ډير کم وزن لري  
ډير مناسب او ارزانه دي. د بيم محاسبه هغه وخت مکمله کېږي چې کنترول  
يې د وزن شاملېدو سره اجرا شي. د بيم د مقاومت مومنت MB بايد د بيم  
د ژوندي بار (Live Load) ML او مې بار د شخصي وزن مومنت د  
(MD) د جمعې حاصل څخه لوی او يا ورسره مساوي وي.

$$M_B = M_L + M_D$$

د نوموړي افادې هر جز په  $[\sigma]$  ويشلو په لاس راوړو چې:

$$\frac{M_B}{\sigma} \geq \frac{M_L}{\sigma} + \frac{M_D}{\sigma}$$

دلته  $\frac{M}{\sigma}$  د ستاتيک مومنت يا Modulus of section سره عوض کوو لرو

$$S_B \geq S_L + S_D$$

چې:  
په دې مثال کې د بيم وزن  $38.7 \text{ Kg/m}$   $\times 9.81 \text{ m/S}^2 = 380 \frac{\text{N}}{\text{m}}$  دی چې د  
اعظمي مومنت چې د  $M_L$  او  $M_D$  څخه تشکيل شوی وي موقعيت نه شي  
بدلولې ځکه نو موږ  $M_D$  محاسبه کوو.

په  $x=4\text{m}$  کې د بيم ښي خواته مومنت نيسو.

$$\Sigma M_R = M$$

$$MD = (1.14)(2) - (0.380)(2)(1) = 1.52 \text{ K.N.m}^2$$

یا د عرضي قوي خط خط شوی دیاگرام څخه لروچي:

$$M_D = \frac{(1,14 + 0,38)}{2} (2) = 1,52 \text{ KN} \cdot \text{m}$$

$$\left[ S_D = \frac{M_D}{\sigma} \right] \Rightarrow \left[ S_D = \frac{1,52 \times 10^3}{120 \times 10^6} \right] = 12,7 \times 10^{-6} \text{ m}^3$$

$$[S_B \geq S_L + S_D] \dots\dots\dots \text{بالاخره لروچي}$$

مناسب دی.  $(549 \times 10^3) > (500 \times 12,7) \times 10^3$  گورو چې 39  $W 310 \times$  بیم ډیر

حقيقي اعظمي تشنجات په اسانۍ سره پیدا کېدای شي.

$$(M = 6S_B = \sigma [S_L + S_B])$$

$$\sigma = (549 \times 10^6) = (120 \times 10^6) [(500 + 12,7) 10^{-6}]$$

$$= \sigma = 112 \text{ Mpa} \dots\dots\dots \text{ځواب}$$

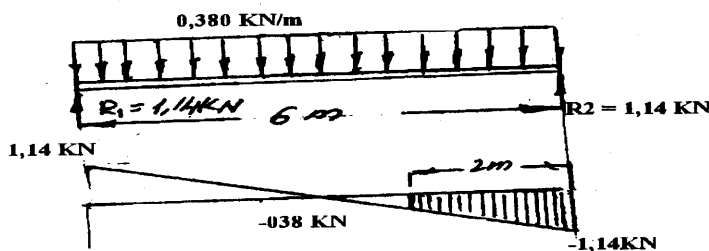


Figure 4 : 10 Dead load (Due to weight of Beam)

## پوښتنې

فرض کړئ د لاندې مسائلو د معمولي انحراف په مقابل کې خاص بندو

بست نیول شوی دی مطمئن شئ چې د دې خپل وزن په کې شامل کړئ.

۱- یو ساده بیم چې 10 متره اوږدوالې لري مساوي ویشلې بار  $10 \text{ kN/m}$

د دې په اوږدو د ننه عمل کوي کوم  $W$  سایز بیم (W-shape beam) پکار

دی چې په کوږوالی کې یې تشنج د  $120 \text{ Mpa}$  څخه زیات نشي په انتخاب

شوي بیم کې حقيقي تشنج محاسبه کړئ.

ځواب  $W610 \times 82: 113 \text{ Mpa}$

۲- که چیرې مساوي ویشلې بار  $12 \text{ kN/m}$  او بیم طول  $8 \text{ m}$  وي پورته

غوښتنې تکرار کړئ.

۱ - ساده بیم چې 10m طول لري په داخلي طول باندې 20KN/m مساوي ویشلی بار او 40KN متمرکز بار دبیم په واسطه باندې عمل کوي که مجاذي تشنج 120Mpa وي د W Shape beam طول چې پکار یې پیداکړی.

## د چټ چوکاټ بڼې (Floor Framing)

د ګاډرونو زیات عامه ساختمانونه چې چټونه او د بلډنګ (ودانۍ) لپاره استعمالیږي د اتکاچمتو کول دي.

Fig 4-11 په یو کور کې ټپیک دیتال واضح کړی دی.

فرعي چټ (sub floor) په Floor Joists باندې تکیه کوي (پولادي ساختمانونه دي چې د چټ دبیمونو یا Floor beams په نوم یادېږي).

Floor Joist داسې فرض کېږي چې د بیمونو لپاره ساده تکیه ده دوي په

قوي او زور داره بیمونو یا ګاډرونو چې د girder په نوم یادېږي تکیه کوي

چې دا په خپل نوبت سره په ستونو (پایو) باندې تکیه کوي او ستني بیا بار

تهډاب (foundation) ته انتقالوي. په لنډ ډول ویلي شو چې sub floor

سب فلور خپل وزن او په هغې باندې وار د شوي خارجي بار (وزن) په

(Floor Joist) او د دي له لارې Girder او د girder له لارې ستونو (پایو

Column) او بالاخره د پایوه لارې اساس یا تهډاب ته انتقالوي د چټ بار

په في واحد مساحت کې په  $P$  سره مشخصېږي او د  $2.5\text{KN/m}^2$  د کورونو

لپاره او تر  $25\text{KN/m}^2$  د صنعتي ودانیو لپاره بدلون مومي که چیري

Floor Joist اوږدوالي  $L$  او د  $a$  په فاصله د مرکز څخه بیل بیل ایښودل

شوي وي هر Floor Joist فرض شوي دي چې  $aL$  مساحت د بار لپاره

تکیه ده  $aL$  ساحه په Fig 4-11 کې خط خط شوي ده نو ځکه په ټپیک

فلور جايست باندې بار مساوي ویشلي دي لکه چې په Fig 4-12 کې يي

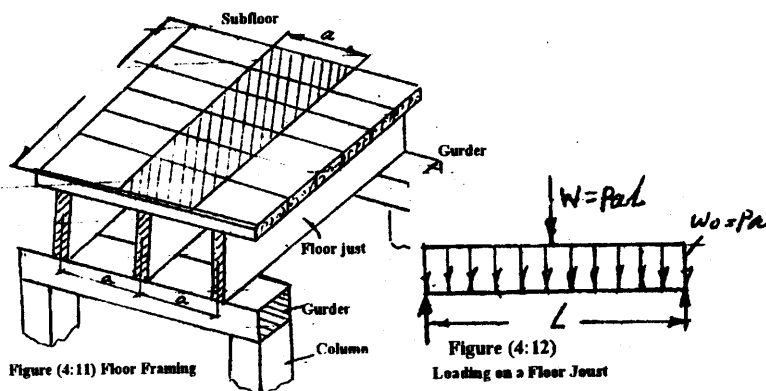
چې گوري مجموعي بار  $W$  چې د  $P$  سره برابر دي او بار د سطحې په في

واحد باندې اثرکوي چې د  $aL$  په مساحت باندې اغیزه لري او دا شوني ده

چې په  $L$  اوږدوالي ویشل شوي وي چې د شدت ویشلي بار  $W_0 = Pa$  په لاس

ورکوي په پولادي ساختمان کې چې عین جنرال پلان څخه پیروي کوي خو

یوازي فلور بيمونه Floor beams د تیر (girder) د خنډو (Web) سره پرچې کاري يا بولټ کاري کيږي لکه چې په 1-13 شکل کې ښودل شوي دي.



لاندې شکلونه د توضیحي مسائلو څخه په یوه وړوکې ودانۍ کې نمایندګه کې کوي او مونږ ته ښی چې څرنگه د مختلفو بيمونو لپاره (Loading diagram) د بار دیا ګرام جوړشي مثال (Example):

د هغې ودانۍ (Building) چې قسمي چټ پلان يې په Figure 4-13 کې ښودل شوی دی د  $G_2, B_2, G_1, B_1$  بيمونو لپاره د بار دیا ګرام معلوم کړی د هرې برخې باريډل په نښه شوي دي.

## حل (Solution):

یوازي د چټ بارونه چې ورباندې تکیه کيږي د  $B_2 - B_1$  او داسې نور بيمونه دي هغه بيمونه چې د Floor beams په مقابل کې عکس العمل وښی او يا فلوريم ورباندې تکیه کيږي د Girder يا تیرانو په نوم یادېږي. او په  $G_1, G_2$  او داسې نورو سره ښودل شوي دي د  $B - I$  بيم باندې  $5 \text{ kN/m}^2$  مساوي ویشلي بار عمل کوي د باريډلو نتيجوي د یا ګرام په Figure 4-14 کې ښودل شوي دي د بيم طول 4m او عرض يې 2m دی.

د G-1 بيم چې يو Girder يا تير دی د B-1 بيمونو انجام لپاره تکیه ده. او په B-2 بيم کې چوکاټ بندي شويدي او نوموړي انجام عکس العملونه لري لکه چې په Figure 4-15 کې ليدل کيږي. چې B-2 د G-1 په انجام (عکس العمل)، باندی تکیه کوي شکل Figure 4.16 دلته 2m بيم د  $10\text{kN/m}^2$  بار لپاره تکیه ده چې د چټ مساحت يې  $2\text{m} \times 1\text{m}$  دی د  $20\text{KN}$  سره برابر ده چې په  $10\text{kN/m}$  وارديږي د G-1 بيم عکس العمل د  $20\text{KN}$  متمرکز بار په حيث بنودل شويدي د بيم د بڼه د می (Rist) لپاره بار  $15\text{KN/m}$  دی چې په يو متر اوږدوالي کې د بارونو د مجموعې څخه لاسته راځي او تر 1m پورې

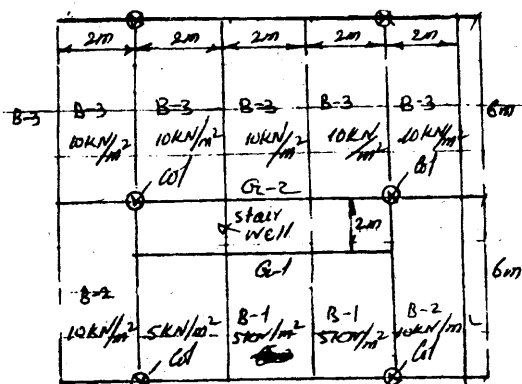


Figure 4: 13 Floor plan and Loading

ادامه لري د G-2 بيم

(Girder) د B-3 بيم په

واسطه بار شوي دي

Figure 4-17 وگورئ

تصديق کړې چې د B-3

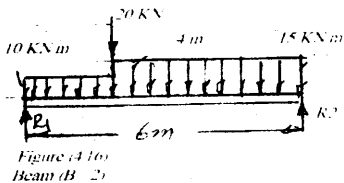
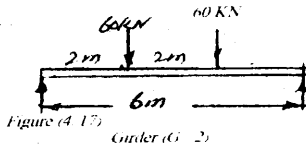
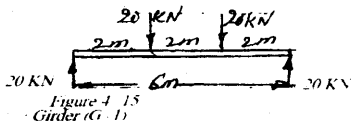
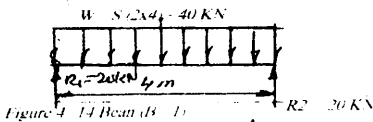
بیم عکس العمل  $60\text{KN}$

دی

## تمرین سوال:

Floor joist چې  $50\text{mm}$  عرض او  $200\text{mm}$  ارتفاع لري په ساده توگه په  $4\text{m}$  پایه باندي اټکالري یو چټ چې  $5\text{kN/m}^2$  بار لري انتقالوي د joists ترمنځ مرکزي خط محاسبه کړئ چې  $8\text{Mpa}$  تنشجات پکي په کوډوالي کې پیدا کيږي. کوم محافظوي بار به په Centre linr باندي چې د  $0.4\text{m}$  په فاصله موقعیت لري.





خواب:  $34 \text{ kN/m}^2$  خواب: 3  
ans. 267m

## 4-5 غیر

## ستریک

## گایرونه

## Unsymmetrical Beams

ټول مخکي خپرل شول بيمونه  
(beams) نسبت نيترال  
(خنثی) محور ته ستمریک

(متناظر) دي ځکه نو په کوږوالي کې تشنجات د نيترال محور څخه په فاصلي سره مستقيماً بدلېږي دلته نيترال محور مرکزي محور دي (Centroidal axis) داسي مقطع گانې د هغه موادو لپاره چې په کشش او فشار کې برابر يا يوشان قوت يا زور لري مناسب دي او هغه موادو لپاره چې په کشش کې ضعیف او په فشار کې قوي دي غيري ستمریک مقطع گانې ډیري مناسب دي داسي مواد لکه او سپنه او نور دي. بهتره داده چې مواد بايد نسبت مرکزي محور يا نيترال محور ته ترتيب شي چې نوموړي فاصلي څخه په کشش او فشار کې تشنجات، په کشش فشار کې د مجازي تشنجاتو سره نږدې قيمت ولري.

## مثال:

یو فلزي (چډني) بيم (Cost-iron Beam) باندی مساوي ویشلي بار په ساده وایه کې عمل کوي د چپه شوي T سکشن د ضلعې پراخوالي

پیدا کړي په داسي شرط چې په کشش کې مجازي تشنجات  $(\sigma_T)=30\text{Mpa}$  او په فشار کې مجازي تشنجات  $[\sigma_c]=90\text{Mpa}$  وي.

## حل (Solution):

ور کړل شوي بیم د نوموړي بار په واسطه بنکته خواته کږېږي پورتنیي تارونه (Uper Fibers) یې فشار او لاندیني تارونه (Lower Fibers) یې کشش کې کار یا فعالیت تر سره کوي لکه چې دمخکې څخه جوته ده چې تشنجات په کوږ والي کې مستقیماً د مرکزي محور څخه دهغوی د فاصلې سره تغیر مومي ځکه نو د دې لپاره چې د  $\sigma_T$  او  $\sigma_c$  حدونه همزمان

$$\text{پیدا کړو لرو چې} \quad \left[ \frac{y_t}{y_c} = \frac{\sigma_t}{\sigma_c} \right]; \quad \frac{y_t}{y_c} = \frac{80}{90} = \frac{1}{3}$$

د دې ځایه (a)  $Y_c = 3y_t \dots$  شکل وښی چې د  $y_t$  او  $y_c$  تر منځ یوه بله اړیکه موجوده ده یعنې (b)  $y_t + y_c = 140\text{mm} \dots$  او (b) افادې یو ځای حلوو په لاس راوړو:  $y_t = 35\text{mm}$  او  $y_c = 105\text{mm}$  اوس د T سکشن د دوه خط خط شوو مستطیلونو په حیث په پام کې نیسو. نسبت قاعدې (x-x) محور ته د مساحت مومنت (ستاتیک مومنت) پیدا کوو:  $[A_y = \Sigma a y]$ .

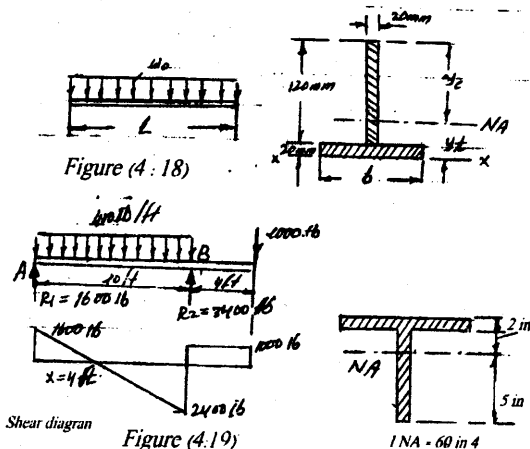
$120 \times 20 + b(20) y_t = (120 \times 20) (20 + 60) + (b + 20) (10)$  دلته د  $y_t$  په ځای د هغه قیمت  $35\text{mm}$  وضع کوو او د b قیمت په لاس

راوړو.

ځواب  $b = 216\text{mm}$

مثال:- په لاندې

ورکړل شوي بیم کې کششي او فشاري اعظمي تشنجات محاسبه کړي د عرضي مقطع مشخصات یې په شکل کې ورکړل شوي Figure 4-19



## حل (Solution):

لومړۍ عکس العملونه پیدا کوو او د عرضي قوو دیاگرام رسموو د دې لپاره لروچې:

$$[\Sigma M_A = 0]$$

$$-1000 \times 14 + R_2 \times 10 - 400 \times \frac{10^2}{2} = 0$$

$$R_2 = \frac{14000 + 20000}{10} = 3400 \text{ lb.}$$

$$[\Sigma M_B = 0]; -R_1 \times 10 + 400 \times \frac{10^2}{2} - 1000 \times 4 = 0 \Rightarrow R_1 = 1600 \text{ lb}$$

اوس عرضي قوې پیدا کوو د دې لپاره په ګاډر کې نقطې په نښه کوو:

$$Q_A = S.F_A = 1600 \text{ lb.}$$

$$Q_{B(L)} = S.F_{B(L)} = 1600 - 400 \times 10 = -2400 \text{ lb}$$

$$Q_B = S.F_{B(R)} = 1600 - 4000 + 3400 = 1000 \text{ lb}$$

$$Q_{4\text{ft}} = 1600 - 400 \times 4 = 0.$$

لیدل کیږي چې عرضي قوه (SF) په  $X = 4\text{ft}$  کې صفر شوې ده او هم په  $X = 10\text{ft}$  کې صفر شوې ده په دغه مقطع کې د کوډوالي مومنتونه عبارت دي له:

$$M_{4\text{ft}} = R_1 \cdot 4\text{ft} - 400 \times \frac{4^2}{2} \Leftrightarrow M_{4\text{ft}} = 3200 \text{ lb} \cdot \text{ft}$$

$$M_{10\text{ft}} = 1600 \times 10 - 400 \times \frac{10^2}{2} = -4000 \text{ lb} \cdot \text{ft}$$

مثبه علامه په  $X = 4\text{ft}$  کې وښی چې ګاډر پورته خواته کروږیږي چې پاسنۍ تارونه یې په فشار او لاندیني تارونه یې په کشش کې کار کوي اوس په کوډوالي کې تشنجات پیدا کوو:

$$[\sigma = \frac{My}{I}]; \sigma_c = \frac{3200 \times (2)(12)}{60} = 1280 \text{ psi}$$

د  $X = 10\text{ft}$  کې ګاډر ښکته خواته کروږیږي چې د کوډوالي مومنت یې منفي علامه لري اود ګاډر پورته تارونه

$$\sigma_t = \frac{(3200 \times 12)(5)}{60} = 3200 \text{ psi}$$

په کشش او بنکته تارونه په فشار کې کار کوي.

$$[\sigma = \frac{My}{I}]; \sigma_t = \frac{(4000 \times 12) \times (2)}{60} = 1600 \text{ Psi}$$

$$\sigma_c = \frac{(4000 \times 12) \times (5)}{60} = 4000 \text{ Psi}$$

لهذا اعظمي کششي تشنجات د  $X=4\text{ft}$  فاصله کې  $\sigma_t = 3200 \text{ psi}$  او اعظمي فشاري تشنجات په  $X=4\text{ft}$  کې  $\sigma_c = 4000 \text{ psi}$  دي چیرته چې عرضي قوه صفر شوې ده هلته باید دې چې اعظمي د کوږوالي مومنټ او اعظمي تشنجات محاسبه شي.

مثال: یو کنستولي بيم (Overhanging beam) لکه چې په شکل کې ښودل شوی دی فلزي ساختمان لري او د نوموړي موادو لپاره مجازي تشنجات په کشش کې  $[\sigma_t] = 40 \text{ Mpa}$  او په فشار کې  $[\sigma_c] = 100 \text{ Mpa}$  دی که چیرې د مقطع مشخصات ورکړل شوی وي نو مساوي ویشلي بار uniformly distributed load پیدا کړئ.

حل (Solution):

په  $x = 1.2\text{m}$  کې د کوږوالي مومنټ  $-0.72w_0(\text{Nm})$  دي منفي علامه په پورته تارونو کې کشش وښی د دیزاین لپاره فورمول پکاروو او په کشش او فشار کېني مومنټونه پیدا کوو:

$$[M_r = \frac{\sigma_l}{Y}]; M_t = \frac{(40 \times 10^{-6})(50 \times 10^{-6})}{0.080} = 25 \text{ KN.m}$$

$$M_c = \frac{(100 \times 10^{-6})(50 \times 10^{-6})}{0.180} = 27.8 \text{ KN.m}$$

لاسته راغلي مومنټونه د کوږوالي مومنټ سره مقایسه کوو لرو چې:

$$[M = M_r]; 0.72w_0 = 25.0 \times 10^3; w_0 = 34.7 \text{ KN/m}$$

د  $x = 2.7\text{m}$  په فاصله کې عرضي قوه صفر شوي ده  $M = +0.405w_0$

اگر چې دا د  $x = 1.2\text{m}$  فاصله کې د  $M$  څخه کوچنې دي د  $[M_r = \sigma l/y]$

$$M_c = \frac{(100 \times 10^{-6})(50 \times 10^{-6})}{0.080} = 62.5 \text{ KN.m}$$

$$M_t = \frac{(40 \times 10^{-6})(50 \times 10^{-6})}{0.180} = 11.1 \text{ KN.m}$$

د مقاومت ترټولو کوچنې مومنت د کوږوالي مومنت سره مقاسیه کوو لروچې:

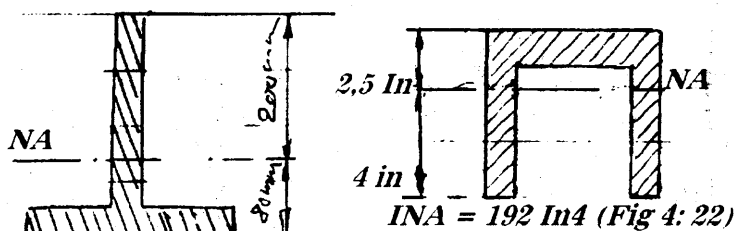
$$[M = M_r]; 0.405 w_o = 11.1 \times 10^3$$

$$W_o = 27.4 \text{ kN/m}$$

محافظوي اعظمي بار د ذکرشوي تر ټولو کوچني قیمت څخه لږ د  $X=1.2\text{m}$  په فاصله کې او د  $x=2.7\text{m}$  فاصله کې د  $27.4 \text{ kN/m}$  سره برابر دي ولي ضروري نده چې  $x=4.2\text{m}$  فاصله کې چیرته چې عرضي قوه صفر ده سکشن معلوم کړو د بیم چپه کیدل ممکن مجازي بار  $15.4 \text{ kN/m}$  ته راکوز کړئ.

## سوالونه:

یو ساده  $4\text{m}$  بیم چې  $T$  ماننده مقطع لري او د عرضي مقطع مشخصات یې ورکړل شوي دي بیم باندې مساوي ویشلې بار عمل کوي  $W_o$  پیدا کړئ که چیرې  $[\sigma] \leq 40 \text{ MPa}$  او  $|\sigma_c| \leq 80 \text{ MPa}$  وي او  $w_o = 600 \text{ N/m}$  ځواب دي سوال:



$$INA = 30 \times 10^6 \text{ mm}^4 \text{ (Fig 4: 21)}$$

د نوموړي بیم لپاره چې عرضي مقطع یې په Figure 4-22 کې ښودل شوي ده په داسې ډول بار شوي ده چې اعظمي مومنتونه یې  $+1.0 \text{ plb.ft}$  او  $-1.5 \text{ plb.ft}$  دي په افاده کې  $p$  وار د شوي بار دي چې په پاوډه سره اندازه کېږي د  $p$  اعظمي قیمت پیدا کړي که چیرې کاري تشنجات په کشش کې  $4 \text{ Ksi}$  او په فشار کې  $10 \text{ Ksi}$  وي ځواب  $p = 16 \text{ Kpsi}$

سوال: د کنسولي بیم لپاره په کوډوالي کې فشاري او کششي اعظمي تنشجات پیدا کړي.

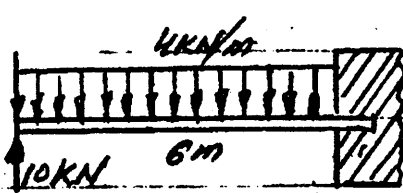
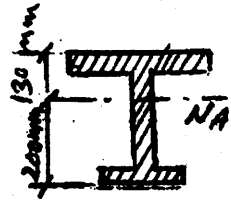


Fig (4:23)

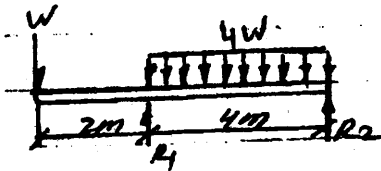
$$I_{NA} = 100 \times 10^6 \text{ mm}^4$$



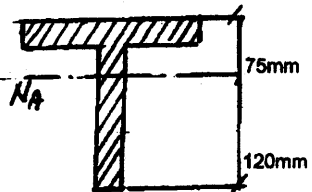
سوال:

په Figure-4-24 شکل کې بنودل شوي بیم لپاره د  $W$  قیمت پیدا کړي که چېرې په بیم باندې متمرکزه قوه  $W$  او مجموعې مساوي ویشلي بار  $4W$  عمل کړي او د نوموړي ګاډر د موادو لپاره مجازي فشاري تنشجات  $100 \text{ Mpa}$  [σc] او مجازي کششي تنشجات  $60 \text{ Mpa}$  [σt] وي.

ځواب:  $W = 9600 \text{ N}$



(Figure 4:24)



$$I_{NA} = 24 \times 10^6 \text{ mm}^4$$

# د بولټونو یا پرچي گانو په زریعه محکم

## شوو بیمونو د پرچي گانو او یا

### بولټونو تر منځ فاصله:

## Spacing of Revets or Bolts in Built up Beams

د بولټونو او پرچي گانو په واسطه محکم شوو بیمونو د بولټونو او پرچي گانو ترمنځ ساييز او فاصله په پام کې نيسو چې د Sliding action په مقابل کې مقاومت وښی.

لومړي مرحله: دهغي قوې محاسبه کوو چې د بولټ او یا پرچي په واسطه محکم شوي وي Figure 4-25: یو بیم چې د دري پردو څخه جوړ شوي دي او پردي په خپل منځ کې سره د بولټونو په واسطه یو ځای شوي دي بولټونه دوه قطاره تشکیلوي. د قطارونو ترمنځ فاصله  $L$  ده لاندې افاده د دوه پردو دمحیطونو ترمنځ د تماس نقطه کې مماسي تشنجات په لاس ورکوي.

د لټه  $Q$  - په شکل کې د خط خط شوي برخې ستاتیک مومنت دی چې نسبت  $NA$  یا مرکزي محور ته پیدا شوي دي، د مقاومت قوه پدې ترتیب لاسته راځي

$$F = \tau_{eb} = \frac{V}{I_b} Q(eb) = \frac{V e_a}{I}$$

$eb$  - د خط خط شوي برخې مساحت دی.

$$R = \frac{V e_a}{I} Q \dots (a)$$

دې ته ورته افاده عبارت ده له:

په نتیجه کې د استحکاک د قوې څخه چې ډیره وړوکې ده صرف نظر کېږي

او  $F$  د  $R$  سره مساوي کوي په لاس راوړي:  $F = qe = \frac{VQ}{I}$

که چیرې په ګاډر (Beam) کې عمودي قوه Verliel

shear تغیر ومومي نو  $V$  د  $e$  په انټروال کې اوسط عمودي قوه (average

vertical shear) دی لکن په دی انټروال کې  $V$  معمولاً اعظمي نیول کېږي

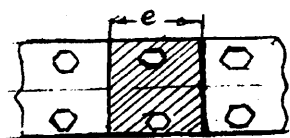
مخصوصاً په هغو پولادي تیرانو کې چې د بولټونو په واسطه محکم شوي

(A) equation په هر پینیل طول کې د بولټ پیچ

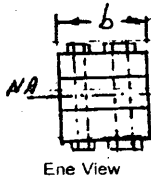
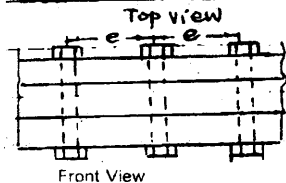
(bolt petch) یہ لاس

## ورکوی

مثال



**Figure (4:25)**



## یو پلټ او زاویوی

تیر (girder) د خورو

125x90x 13mm

## زواویو یه واسطه د Web

plate سرہ چی

1400mm x 10mm کي اندازي لري نڀتي دي چي په نتيجه کي يوه مقطع

چچی 1120mm ژوروالی ولری جوړوي ( شکل 26-4) نسبت مرکزي محور

NA) نیترال محور ) ته د انرشیا مومنټ

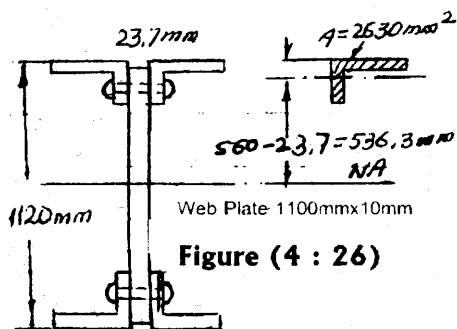
$I_{NA} = 4140 \times 10^6 \text{ mm}^4$  دې په هغه مقطع کې چیرته چې  $V = 45 \text{ kN}$  ده

د 19mm پرچې ګانو ترمنځ فاصله چې زاويي د web plate سره محكموي

معلوم ڪري. دبیرنگ لپاره  $\tau=100\text{Mpa}$  اود پرچي مگانو لپاره په ډبل

قطار کی  $\sigma_b = 280 \text{ Mpa}$  دہ۔

**حل (Solution):**



**Figure (4 : 26)**

پرچی گانی (Rivets) باید د

## امدادی قوی پہ مقابل کی د

دي لپاره چي دوه فلنجونه

web (ftanges) و خوئیوی اود

## تیرشی مقاومت و کُری

حکھ نو دا د دغو دوه فلنجه

زاويو د مساحت د ستاتيک مومنت دي چې په  $Q = \frac{Ve}{I} R$  کې پکار شي

شکل 26: Fig. 4: 26 تہ مراجعہ و کری



$$Q=2(2630)(536.3)=2820 \times 10^3 \text{ mm}^3 = 2820 \times 10^6 \text{ m}^3$$

په double shear کې د تیر مقاومت دیوې 19mm پرچي عبارت دي له:

$$R_s = (A_s \tau)(2) = \pi/4 (0.019)^2 (100 \times 10^6)(2) = 56.7 \text{ KN}$$

د web plate د بیرنگ مقاومت عبارت دي له:

$$R_b = (dt) \sigma_b = (0.019)(0.010) (280 \times 10^6) = 53.2 \text{ KN}$$

د دې قیمتونو تر ټولو وړو کې قیمت پکار اچوو او په (5-7) معادله کې یې

وضع کوو د rivet patch مطلوبه قیمت په لاس راوړو.

$$e = \frac{RI}{VQ} = \frac{(53.2 \times 10^3)(4140 \times 10^{-6})}{(450 \times 10^3)(2820 \times 10^{-6})} = 0.174 \text{ m} = 174 \text{ mm} \quad \text{ځواب:}$$

## پنځم څپرکی CHAPTER-5

1-5 د جسم د بحراني حالت د تیورۍ اجزاوې. د یو محوري رابښکېدنې او انقباض په وخت کې د مایلو مقطعو له پاسه میخانیکي فشارونه

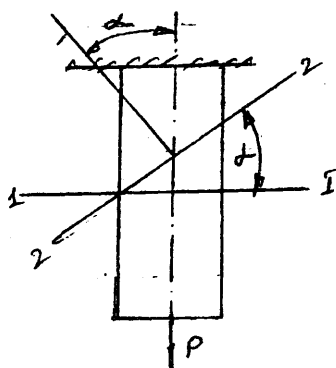
په یوې نقطې کې د میخانیکي فشار د مفهومونو څخه مونږ ویلی شو چې د هریو جسم څخه کولای شو لایتناهي زیاتې مقطع ګانې بیلې کړو مګر په دې نقطه کې په عمومي صورت فشارونه بیلایل دي.

نوپه دې نقطه کې د میخانیکي فشار د تغیر قانون د سطحې د جهته پورې څنګه مربوطیږي؟ پخوا لدې باید وویل شي چې دغه رنګه میخانیکي فشار او که یا د میخانیکي فشار بحراني حالت په نقطه کې دی.

### 2-5 په نقطه کې بحراني حالت:

په نقطه کې بحراني حالت د ټولو نورمالي او مماسي فشارونو د تاثیر د مجموعې څخه په یوه لایتناهي لویه سطحه کې چې د دې نقطې څخه تیرېږي عبارت دي.

اوس د جسم د بحراني حالت یو ساده شکل ینې هم جنسه بحراني حالت چې په محوري کشش او انقباض کې پېښیږي ګورو بحراني حالت څکه



همجنسه نومیږي چې د جسم د ټولو نقطو بحراني حالت یو شانی دی مګر مونږ یوازې د نورمالو مقطعو او محورونو په هکله یاداوري کوو. اوس په مایلو مقطعو کې د محوري کشیدنې (رابښکدنې) او انقباض په وخت کې پېښ شوی فشار څیړو. لکه چې په شکل کې لیدل کیږي یو بروس (میله) رااخلو:

د 1-1 مقطع مساحت  $A_1$  او د 2-2 مقطع مساحت  $A_2$  د دواړو مقطعو ترمنځ زاویه  $\alpha$  ده یعنې د ساعت دستنې په مخالف جهت او یا د بروس د محور او په 2-2 مقطع باندې نورمال ترمنځ زاویه ده. بروس د 2-2 په مقطع کې پرې کوو د بروس پورتنۍ برخه غورځو او د هغې اغیزه د پاتې شوي برخې په مقطع باندې د بروس د محور سره موازي د مساوي ویشلي قوې په شان عوض کوو د دې محصله دکشونکي قوې  $P$  سره مساوي ده.

د  $A_2$  مساحت د  $A$  مساحت لږه مخې و  

$$\cos \alpha = \frac{A}{A_2} \Rightarrow A_2 = \frac{A}{\cos \alpha}$$
 ښایو:

نو په دې ډول په 2-2 مقطع کې پوره (مکمل) فشار د لاندې فورمول له مخې پیداکوو.

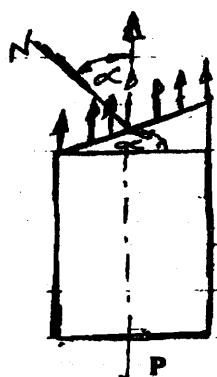
$$\rho = \frac{P}{A_2} = \frac{P \cdot \cos \alpha}{A} = \sigma \cdot \cos \alpha$$

$$P = \sigma \cos \alpha$$

پورتنیې معادله داسې خپرو:

هر څومره چې د  $\alpha$  زاوېې قیمت زیات شي په

همغه اندازه د  $P$  قیمت کمیږي.



که  $\alpha < 90^\circ$ ,  $P > 0$  که  $X=0^\circ$  شي نو  $\cos \alpha = 1$  سره وي او

که  $X=90^\circ$  شي نو  $\cos \alpha = 0$  او  $P=0$  سره

کيږي یعنې په هغو سطحو باندې چې د بروس د

محور سره موازي دي پوره نورمالي فشارونه د

صفر سره مساوي کیږي.  $P$  پوره میخانیکي فشار په

خپلو ترکیبي مرکباتو باندې ویشو یعنې  $\sigma$  او

$\tau$  په 2-2 مقطع کې لهدا:

$$\sigma \alpha = P \cos \alpha$$

$$\tau \alpha = P \sin \alpha$$

څرنگه چې  $P = \sigma \cos \alpha$

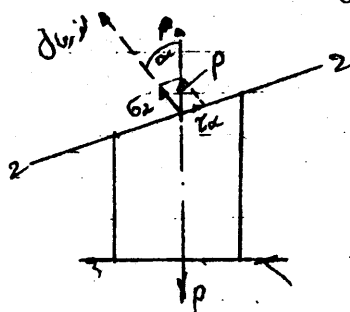
$$\sigma \alpha = \sigma \cos \alpha \quad \text{نو ځکه } \cos \alpha$$

$$= \sigma \cos^2 \alpha$$

$$\sigma \alpha = \sigma \cdot \cos 2 \alpha \quad (1)$$

$$\tau \alpha = \sigma \cos \alpha \cdot \sin \alpha = \frac{\sigma}{2} \sin 2 \alpha$$

$$\tau \alpha = \frac{\sigma}{2} \sin 2 \alpha \dots\dots\dots (2)$$



د ۱ او ۲ فورمولونو څخه ښکاره ده چې نورمال او مماس میخانیکي فشارونه د  $\alpha$  زاویې پورې اړه لري یعنې هرڅومره چې  $\alpha$  زاویه لویږي په همغه اندازه  $\cos^2 \alpha$  کوچنی کیږي او هرکله چې  $\alpha = 0$  شي نو  $\cos^2 \alpha = 1$  او  $\sigma_\alpha = \sigma$  سره کیږي او هرڅومره چې  $\alpha$  زاویه کوچنی کیږي په همغه اندازه د  $\cos^2 \alpha$  قیمت لویږي یعنې که  $\alpha = 90^\circ$  شي نو  $\cos^2 90^\circ = 0$  او  $\sigma_\alpha = 0$  ده.

د  $\alpha$  زاویې د لویوالي له مخې  $\tau_\alpha$  لویږي او په همدې ډول  $\sin 2\alpha$  لویږي.

لویږي  $\tau_\alpha = \tau_{\max}$  که  $\sin 90^\circ$  شي او  $\alpha = 45^\circ$  نو لیکلې شو چې:

$$\alpha = 45^\circ, \cos^2 45^\circ = \left(\sqrt{\frac{2}{2}}\right)^2 = \frac{1}{2}$$

$$\sigma_\alpha = \sigma \cos^2 45^\circ = \frac{\sigma}{2} \quad \alpha = 0^\circ \text{ شي او یا } \alpha = 90^\circ$$

$$\tau_\alpha = \frac{\sigma}{2} \cdot \sin 2\alpha = \frac{\sigma}{2} \sin 2 \cdot 90^\circ = \frac{\sigma}{2} \sin 180^\circ = 0 \quad \text{شي نو}$$

څرنگه چې  $\sin 180^\circ = 0$  دی نو فلها  $\tau_\alpha = 0$  سره کېږي.

**نتیجه:**

۱- د یز زیات مماسي میخانیکي فشار په هغو سطحو کې پېښیږي چې د بروس د محور سره د  $45^\circ$  زاویې لاندې واقع وي.

۲- د یز زیات نور مال میخانیکي فشار د بروس په محور باندې په عمودي سطحه کې پېښیږي.

۳- د بروس د محور سره په موازي سطحو کې نورمال او میخانیکي مماسي فشارونه صفر دي یعنې:  $\delta \alpha = \tau_\alpha = 0$  ( $\alpha = 90^\circ$ )

یعنې د بروس د کشش او انقباض په وخت کې د بروس د امتدادي انتساجو (محورونو) ترمنځ ښکیندل او شکیدل پېښیږي.

## د 3-3 مقطع د پاسه چې په 2-2 مقطع باندې عمود

### ده د میخانیکي فشارونو معلومول

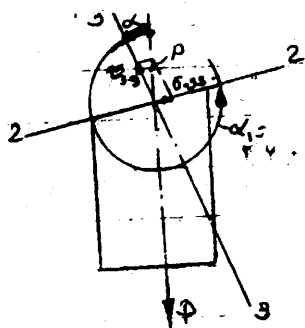
د بروس (میلې) د محور او دهغه د نور مال ترمنځ زاویه چې 2-2 باندې عمود ده د ساعت د ستنې په مخالف جهت د  $\alpha$  سره مساوي ده.  $\delta(3-3)$  نورمال میخانیکي فشار او  $\tau(3-3)$  مماسي میخانیکي فشار قیمتونه د 1 او 2 فورمولونو څخه چې د  $\alpha$  زاویه د  $\alpha_1$  له مخې عوض کړل شي لاسته راوړو:

$$\sigma_{3-3} = \sigma \cos^2 \alpha_1 = \sigma \cos^2 (270 + \alpha) = \sigma \sin^2 \alpha \dots\dots\dots (1')$$

$$\tau_{3-3} = \frac{\sigma}{2} \sin 2\alpha_1 = \frac{\sigma}{2} \sin 2(270 + \alpha) = \frac{\sigma}{2} \sin (180 + 2\alpha) = -\frac{\sigma}{2} \sin 2\alpha \dots\dots\dots (2')$$

د 1 او 2 او 1 او 2 فورمولونو د مقایسه کولو څخه دا لاندې نتیجه اخلو:

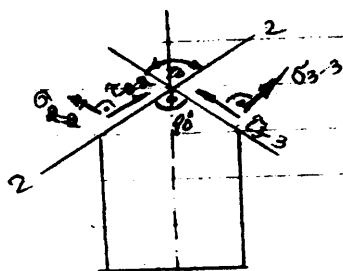
۱- په دوه متقابلو سطحو باندې نورمال میخانیکي فشار  $\sigma$  قیمت د مقدار له مخې مختلف دی اما د هغوی مجموعه په محور باندې په عمودي سطحه کې ثابتې ده.



$$\begin{aligned} \sigma_{2-2} + \sigma_{3-3} &= \sigma \cos^2 \alpha + \sigma \sin^2 \alpha \\ &= \sigma (\cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha) = \sigma \\ \sigma_{2-2} + \sigma_{3-3} &= \sigma \end{aligned}$$

یعنې:

۲- په دوه متقابلو عمودي سطحو کې مماسي میخانیکي فشار د مودول له مخې مساوي اما د جهت له مخې مخالف دي.



په دوه متقابلو عمودي سطحو کې مماسي فشارونه د مستقیمې زاوېې په څوکه کې سره راټولېږي او یا دهغې څخه تار په تار جدا کېږي د دې حالت علت د شکل د بدلون په ټولو ډولونو کې لیدل کېږي او د مماسي فشار د جفت والي د

قانون په نوم يادېږي. مماسي فشارونه په دوه متقابلو عمودي سطحو کې د هغوی د گډو يا شریکو ضلعو د تقاطع په نقطه کې اغیزه کوي او عدد یې سره مساوي دي.

### 3-5 د دوه محوره کشش او

### انقباض په وخت کې په مایلو

### مقطعو کې میخانیکي فشارونه

فرضوو چې په بروس یا میله باندې نورمال میخانیکي فشارونه  $\sigma_y$  او  $\sigma_z$  دواړه اغیزه کوي که څه هم  $\sigma_z < \sigma_y$  دي د  $\alpha$  او  $2\alpha$  زاویې د نورمال څخه ترعوض شوو محورونو K-K او m-m پورې نیول کېږي. د  $4-4$  او  $\tau_{4y}$  میخانیکي فشارونه که چیرې په  $4-4$  مقطع باندې نورمال او K-K محور ترمنځ زاویه  $1\alpha$  او د m-m محور ترمنځ زاویه  $2\alpha$  وي وټاکي. د بروس پورتنۍ برخه غورځوو د  $4-4$  او  $\tau_{4-4}$  پوره میخانیکي فشارونه د  $\sigma_y$  او  $\sigma_z$  د اغیزې څخه لاسته راوړو. د قوو د تاثیر د اړیکو (رابطې) د نه لرلو د پرنسیپ د استعمالولو څخه په لاس راوړو چې:

$$\sigma_{4-4} = \sigma_y \cos^2 \alpha + \sigma_z \sin^2 \alpha$$

$$= \sigma \cos^2 \alpha + \sigma \sin^2 (90^\circ + \alpha)$$

$$\sigma_{4-4} = \sigma_y \cos^2 \alpha + \sigma_z \sin^2 \alpha \dots (1)$$

$$\tau_{4-4} = \frac{\sigma_y}{2} \sin 2\alpha + \frac{\sigma_z}{2} \sin 2\alpha$$

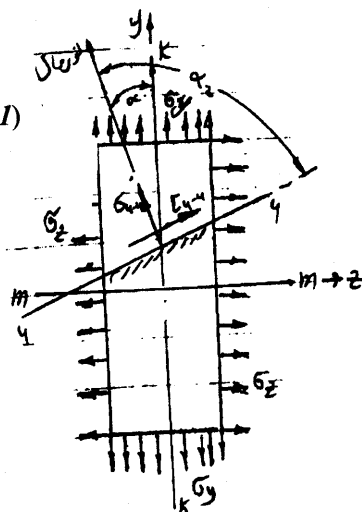
$$= \frac{\sigma_y}{2} \sin 2\alpha + \frac{\sigma_z}{2} \sin (90^\circ + \alpha)$$

$$= \frac{1}{2} [(\sigma_y \sin 2\alpha + \sigma_z - \sigma_z \sin 2\alpha)]$$

$$= \frac{1}{2} (\sigma_y \sin 2\alpha - \sigma_z \sin 2\alpha)$$

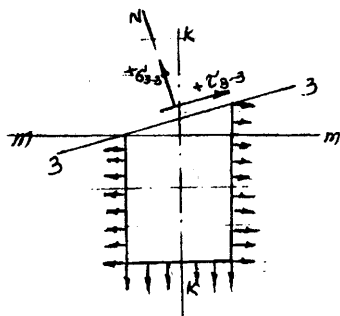
$$\tau_{4-4} = \frac{\sigma_y - \sigma_z}{2} \sin 2\alpha \dots (2)$$

$$\sin (180^\circ + 2\alpha) = -\sin 2\alpha$$



## 4-5 میخانیکي فشارونو د علامو قواعد

نورمال میخانیکي فشار  $\delta$  مثبت قیمت لري که چیرې دهغې جهت په مایله مقطع باندې د خارجي نورمال سره هم جهته وي مماسي میخانیکي فشار مثبت علامه (قیمت) لري که چیرې دهغې سره د خارجي نورمالونو د منطبقولو د پاره دهغې جهت د ساعت د ستنې په مطابق جهت وڅرخول شي.



## 5-5 د عمده میخانیکي

### فشارنو مفهومونه

د 1 او 2 فورمولونو د تحلیل څخه بشکاري چې په بروس کې د محوري کشش او فشار (انقباض) په وخت کې ځینې سطحې وجود لري چې په هغو کې مماسي  $\propto$  فشار نشته (یعنې  $\alpha = 0$  او  $\alpha = 90^\circ$ ) په صورت کې.

نوموړې سطحې د عمده سطحو په نوم یادېږي او د دې سطحو د پاسه نورمال میخانیکي فشار د عمده میخانیکي فشار په نوم یادېږي.

د جسم د ارتجاعیت تیوري د هرې یوې نقطې لپاره د درې متقابلو عمودي عمده سطحو د جسم د فشار شتوالی ثبوتوي که څه هم په هغو باندې عمده میخانیکي فشار د مقدار له مخې بیلابیل دي.

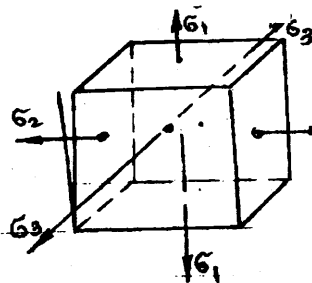
قبوله شوې ده چې  $\sigma^3 > \sigma^1$  دا د علامو پرنسیپ دی. د جسم د بحراني حالت له مخې د عمده فشار څخه یو یا دوه د صفر سره مساوي کیږي.  
مثلاً:

۱- په محوري کشش او فشار کې  $\sigma_2 = \sigma_3 = 0$  او  $\sigma_1 \neq 0$  دی. نوموړي بحراني حالت خطي یاد یو محوره بحراني حالت دی.

۲- په دوه محوره کشش او فشار کې  $\sigma_2 \neq 0$ ,  $\sigma_3 \neq 0$  او  $\sigma_1 = 0$  دی نوموړي بحراني حالت د سطحي (دوه محوره) بحراني حالت په نوم یادېږي.

۳- که چېرې  $\sigma_2 \neq 0$  او  $\sigma_1, \sigma_3 \neq 0$  وي نوموړي بحراني حالت حجمي او (درې محوره) بحراني حالت په نوم یادېږي.

د خطي تغیر شکل د معلومولو په وخت کې د قوو د تاثیر د نه تعلق لرلو د پرنسیپ څخه ګټه اخلو.



د  $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$  داغیزې څخه د شکل

بشپړ بدلون ټاکو یعنې د  $\sigma_1$  د تاثیر

څخه د شکل امتدادي تغیر  $\epsilon_1$

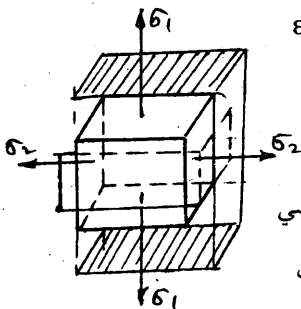
حاصلېږي.

دغه تغیر د نسبي  $\epsilon_1 = \frac{\Delta L}{L} = \frac{P.L}{E.A.L} = \frac{\sigma_1}{E}$  بدلون یا تغیر

په نوم هم یادېږي.  $\epsilon_1 = \frac{\sigma_1}{E}$

د  $\sigma_2$  داغیزې څخه انقباض لاسته راځي  $\epsilon_2$

عرضي امتدادي  $M_1 = \frac{\epsilon_2}{\epsilon_1}$



عرضي  $\epsilon = \mu \cdot \epsilon_1$

طولي  $\epsilon = \frac{\Delta L}{L} = \frac{P.L}{E.A.L} = \frac{\sigma_2}{E}$



په همدې ډول  $\varepsilon_2 = -\mu \frac{\sigma_3}{E}$  د  $\sigma_1$  میخانیکي فشار د تاثیر څخه د شکل پوره بدلون حاصلیږي.

$$\varepsilon_I = \sum \varepsilon_i = \varepsilon_I + \varepsilon_2 + \varepsilon_3 = \frac{\sigma_I}{E} - \frac{\sigma_2}{E} \mu - \mu \frac{\sigma_3}{E}$$

$$= \frac{1}{E} (\sigma_I - \mu \sigma_2 - \mu \sigma_3)$$

$$\varepsilon_I = \frac{1}{E} [\sigma_I - \mu (\sigma_2 + \sigma_3)]$$

$$\varepsilon_{II} = \frac{1}{E} [\sigma_2 - \mu (\sigma_I + \sigma_3)]$$

$$\varepsilon_{III} = \frac{1}{E} [\sigma_3 - \mu (\sigma_I + \sigma_2)]$$

د هوک عمومي  
قانون يا د حجمي  
بحراني حالت

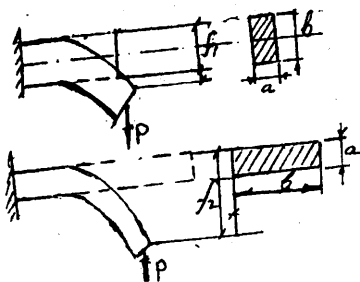
## 5-6 د هموارو مقطعو هندسي

### مشخصات عمده مفهومونه

د مستقیمو میلو د انقباض په څېرلو کې څرګنده شوې ده چې د میلی مقاومت د هغې مقطع د مساحت سره متناسب دي.

که چیرې میله د کړیدلو په وخت کې فعالیت کوي  $[\Delta L = \frac{NL}{EA}; \sigma = \frac{N}{A}]$  نو دهغې شکل لږ څه تغیر کوي.  $F_2 \gg F_I$

پدې ترتیب د عرضي مقطع د جهت بندۍ له مخې په یو شان سطحو کې د میلی مقاومت د خارجي قوو د تاثیر په مقابل کې مختلف دي.



نو ځکه د عرضي مقطع مساحت په کوږوالي کې د میلی د مقاومت کولو قابلیت نشي مشخصولې. پدې او یا د شکل د تغیر په نورو حالتونو کې د مقطع نور زیات پیچلي هندسي مشخصات استعمالیږي.

## 2\_ د سطحی ستاتیک مومنت

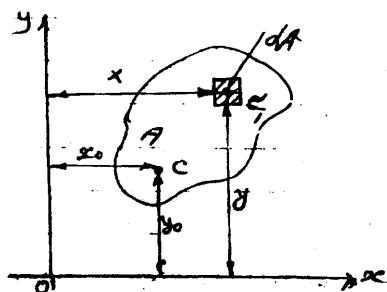
### :(Static Moment of the Area)

د یو بروس یا یوې میلې همواره مقطع (A) د Xoy په کیفی کوردیناتو کې گورو. په نوموړي، قطع کېنې یوه ډیره کوچنۍ سطحه بیلوو او لاندې

$$S_x = \int_A y dA = A \cdot y_{ci} [\text{mm}^3, \text{cm}^3] \quad \dots\dots\dots \text{معادله ترتیبوو:}$$

$$S_y = \int_A x dA = A \cdot x_c \quad \text{دغه پورتنۍ هندسي مشخصات نسبت د}$$

کاردیناتو محورونو ته د سطحو د ستاتیکي مومنتونو په نوم



یادیږي. د سطحی ستاتیکي

مومنت نظر یوه محوره په

انتگرال کې د یوې ډیرې کوچنۍ

سطحې او د مقطع د ثقل مرکز

څخه نږدې محوره پورې د فاصلې

(انتگرالي) حاصل ضرب سره

مساوي دی د محصلې د مومنت

په هکله د نظري میخانیک د وارین اون Varin own

$$[M_z(\vec{R}) = \sum M_z(\vec{p}_i)] \quad \text{د تیوري په بنسټ څرگنده ده چې}$$

د کوچنیو سطحو ستاتیکي مومنتونو

مجموعه نظر کوم یو محور ته د ټولې سطحې د مومنت څخه نظر دې محور

ته مساوي دي یعنې د ټول شکل د مقطع مساحت ضرب هغه فاصله چې د

ثقل مرکز څخه تر محوره پورې ده که چیرې د A سطحې له پاره د هغې

کور دینات د X0 او Y0 سره مساوي وي.

$$S_x = \int_A y dA = y_o A; S_y = \int_A x dA = x_o A$$

د ستاتیکي مومنتونو علامې مثبتې دي او په  $\text{cm}^3$  او  $\text{mm}^3$  سره یې اندازه

کولې شو څرگنده ده چې ستاتیکي مومنت نظر هغه محور ته چې د شکل

ثقل مرکز څخه تیریدونکې وي د صفر سره مساوي دي (لکه چې:

X0=0 او Y0=0) هغه محورونه چې د ثقل مرکز څخه تیریدونکې دي د

مرکزي محورونو په نوم یادېږي.

# شپږم څپرکی

## د انرشیا مومنت Moment of Inertia

### 1-6 د انرشیا مومنت مفاهمات

#### Defination of Moment of Inertia

ډیر انجنیري فورمولونه په خاصه توګه هغه چې د بیم (Beam) پایو (Columns) محکموالي او د دې  $\int p^2 dA$  افادې درلودونکي دي چیرته چې  $p$  د  $dA$  څخه تر انرشیا د محور پورې عمودي فاصله ده. او یا  $I_x = \int A y^2 dA$  او  $I_y = \int A x^2 dA$  چې دغه انتګرالي شکل د انرشیا د مومنت په نوم یادېږي او یا په بل عبارت نظر د سطحې ستاتیک مومنت ته مومنت د انرشیا مومنت په نوم یادېږي. او د سطحې دوهم مومنت هم ورته ویل کیږي. د نوموړو مشخصاتو علامې د تل لپاره مثبت (+) او په  $mm^4, Cm^4$  سره اندازه کیږي نوموړي مومنتونه د محوري انرشیايي مومنتونو په نوم سره یادېږي.

د انرشیا مومنت اصطلاح (Tirm) داسې منځته راغلې ده چې، قوه د جسم د کتلې او د دې تعجیل سره د ( $F = Ma$ ) مساوات په زریعه مربوطه ده دغه مساوات د وارد شوو قوو لپاره چې زاویوي تعجیل او د جسم خوځیدنې ولري عبارت ده له:  $F.d = [\int p^2 dM] \propto$

که چېرې لومړۍ معادله هغه قوه چې د تعجیل سره انرشیا ځلي مساوي کیږي ټاکي پس په اسانۍ سره دوهمه معادله کیدای شي چې د قوې مومنت چې د تعجیل انرشیا ځلي مومنت سره مساوي کیږي و ټاکي د دې جملو دمقایسې څخه د  $\int p^2 dM$  د انرشیا مومنت په نوم نومول شوی دی او په دې ترتیب د مساحت لپاره د  $\int p^2 dA$  افاده د مساحت د انرشیا مومنت په نوم یادېږي، د انرشیا مومنت چې په مساحت باندې عمل کوي کومه حقیقي مانا نلري چې دا پخپله ازموینول کیږي او دا محضې، ریاضیکي اصطلاح ده چې په (I) سره یو ځای ښودل کیږي خو څرنگه چې دا د نورو

اصطلاح گانو سره یو ځای بنودل کېږي یا استعمالیږي لکه چې د بیم لپاره مختلفو فورمولونو کې:  $\sigma = Mc / I$  تشنجات.

او دا یو مفهوم او معنی لري. د انرشیا د مومنټ ریاضیکي فورمول وېش چې یوه ساحه په ډیرو کوچنیو برخو  $dA$  ویشل شوې ده او د دې هره برخه د ثقل د مرکز څخه تر وضعیه کمیټونو د محور پورې د فاصلې په مربع کې ضرب شوې ده چې نوموړې فاصله د مساحت د مومنټ د بازو په نوم یادېږي، لکه چې په شکل کې بنودل شوې دي که چیرې د ډول ډول مساحتونو د ثقل مرکز کور دینات  $(X, Y)$  وي نسبت  $X$  محور ته د انرشیا مومنټ د هر مساحت او د هغې د مومنټ د بازو  $(Y)$  د مربع د ضرب حاصل د مجموعې څخه عبارت دی یعنې  $I_x = \int y^2 dA \dots (1)$  په ورته ډول نسبت  $I_y = \int x^2 dA \dots (2)$  محوره د انرشیا مومنټ

## علامې او واحداټ

### Units and Sign 6-2

د انرشیا مومنټ علامه همیشه مثبت  $(+)$  ده ځکه که چیرې کور دینات یې منفي هم وي د مربع کیدو په صورت کې مثبت لاسته راځي. او د SI سیستم کې قیاسي واحد یې  $\text{Cm}^4$  او  $\text{mm}^4$  دی د انرشیا د مومنټ علامه د مساحت پورې اړه لري.

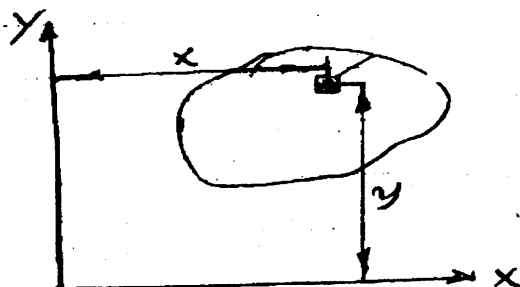
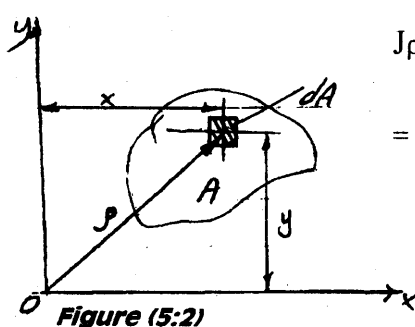


Figure 5:1

### 3-6 د انرشييا قطبي مومنت

#### Polar Moment of Inertia 6-3

هغه مشخصات چې په انتگرالي معادله کې د یو عنصر مساحت  $dA$  او  $O$  پورې د مربعوي فاصلې د حاصل ضرب شکل ځانته غوره کوي هم استعمالیږي چې د قطبي مومنت په نوم یادېږي:  $J_p = \int_A \rho^2 dA \dots (3)$  د نوموړې (3) مشخصې علامه مثبت (+) ده او په  $\text{cm}^4$  او  $\text{mm}^4$  سره اندازه کېږي پورتنۍ ذکر شوې مشخصه د قطبي مومنت په نوم یادېږي. د قطبي او محوري انرشييايي مومنتونو ترمنځ رابطه گورو:

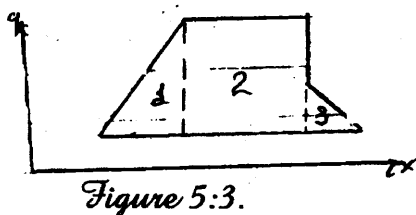


$$J_p = \int_A \rho^2 dA = \int_A (x^2 + y^2) dA$$

$$= \int_A x^2 dA + \int_A y^2 dA = I_x + I_y$$

بنسکاره خبره ده چې په سطحه کې انتگرالي معادله د ټولو انتگرالونو د مجموعې سره چې د دې سطحې څخه د بیلابیلو برخو سره مطابقت ولري مساوي ده نو ځکه د پېچلو

شکلونو د مقطعو له پاره نظر کوم یوه محور ته د انرشييايي مومنتونو د محاسبه کولو په وخت کې شونې ده چې یوه سطحه په یولې ساده او بسیطو شکلو (مستطیل، مربع، مثلث اونور) باندې ویشل شي اودهرې یوې برخې لپاره انرشييايي مومنت نظر یو محور ته محاسبه شي نو هغه وخت د ټول شکل انرشييايي مومنت د ټولې ترکیبې مقطع د مومنتونو د جمعې د حاصل په شان ټاکل کېږي.



$$I_x = I_{x1} + I_{x2} + I_{x3}$$

$$I_y = I_{y1} + I_{y2} + I_{y3}$$

د ټولو ترکیبې برخو د انرشييا مومنت نظر یوه او یا بل محور ته حتمي محاسبه کېږي د شکل د ټولو ترکیبې برخو د مومنتونو جمع کول نظر مختلفو محورو ته ممکن ندي.

## 4-6 د مقطع د ثقل مرکز

### Center of Gravity of the Section

په پراکتیک کې زیاتره د شکل د مقطعي د انرشيایي مومنتونو ټاکل نظر د کور دیناتو محور ته چې د پیل نقطه یې د ثقل مرکز سره منطبقه ده پېښېږي نظري میخانیک د مقطع د ثقل مرکز د لاندې میتود له مخې ټاکي.

I - د شکل مقطع په کوچنیو منظمو

برخو باندې ویشي.

II - د انتخابي کور دیناتو په کیفي

محورونو کې د مقطع جهت بندي

کوي په دې وخت کې که چیرې مقطع

متناظر محور ولري نو د کور دیناتو

یو محور حتمي د هغې سره منطبق

کېږي.

د کور دیناتو د پیل نقطه په خپله خوښه داسې غوره کېږي ترڅو چې د کوم

یو کوچني شکل د ثقل مرکز سره منطبقه شي.

III - د کور دیناتو د غوره شوو محورونو لپاره په رسم کې د ټولو کوچنیو

شکلونو د ثقل مرکز او دهغې محاسبه کول ښودل کېږي.

د محاسبې لاسته راغلي قیمتونه (نتیجې) جدول ته نقلوو:

$\Sigma Sx$	Area (A)	$X_i$ (Cm)	$Y_i$ (Cm)	$Ax_i =$ $Aix_i$ (Cm <sup>3</sup> )	$Ay_i =$ $Aiy_i$ (Cm <sup>3</sup> )	$X_c = \frac{\Sigma sy_i}{\Sigma Ai}$	$y_c = \frac{\Sigma sxi}{\Sigma Ai}$
1.	2	3	4	5	6	7	8
2.	$A_1 =$	$X_1 =$	$Y_1 =$	$A_1 x_1 =$	$A_1 y_1 =$	$X_c = \frac{\Sigma S_{yc}}{\Sigma Ai}$	$y_c = \frac{\Sigma S_{xc}}{\Sigma Ai}$
3.	$A_2 =$	$X_2 =$	$Y_2 =$	$A_2 x_2 =$	$A_2 y_2 =$		
4.	$A_3 =$	$X_3 =$	$Y_3 =$	$A_3 x_3 =$	$A_3 y_3 =$		
5.	$\Sigma Ai =$			$\Sigma Sy_i =$	$\Sigma Sx_i$		

د محاسبه شوي کور دیناتو له مخې په دې شکل کې د مقطع د ثقل مرکز

پیدا کېږي په پورتنی جدول کې:

- (Ai) = د کيفي کوچني شکل مساحت دی ( $i = 1, 2, 3, \dots, n$ )
- (Xi) = د کيفي کوچني شکل د ثقل مرکز د Y محور کور دینات دی.
- (yi) = د کيفي کوچني شکل د ثقل مرکز د X محور کور دینات دی.
- (Sxi, Syi) = د کوچني کيفي سطحې ستاتيکي مؤمنتونه دي.
- (yc, Xc) = د ټولې مقطع د ثقل مرکز کور دینات دی.

## 5-6 د انرشيا مؤمنت انتقالی فورمول

### Transfer Formula for Moment of Inertia

د انرشيا مؤمنتونو ترمنځ (نظر موازي محورو ته) ارتباط زیاتره وخت د دې لپاره چې محوري انرشيايي مؤمنتونه محاسبه کړل شي ضرورت پېښېږي چې د انرشيا مؤمنت د یو محور څخه بل موازي محور ته انتقال یا تبدیل شي. د موازي محورو د انتقال د میتود په واسطه کولی شو د انرشيا مؤمنت بدون د انتیگرال نیولو څخه په لاس راوړو. مثلاً "فرضوو چې د مقطعي انرشيايي مؤمنت نظر  $X_0$  مرکزي محور ته چې د هغې د ثقل مرکز څخه تیرېږي معلوم دی یعنې  $I_{X_0} = \int y_0^2 dA$  پکار ده چې د دې مقطع انرشيا مؤمنت نظر یو بل محور مثلاً X ته چې د نوموړي محور سره موازي دی پیدا کړو چې د دوی ترمنځ فاصله d ده یعنې نوموړې موازي محور د  $X_0$  محور څخه د d په فاصله موازي پروت دی په مقطع کې د  $dA$  یوه کوچنۍ سطحه جلا کوو د هغې د ثقل مرکز څخه د  $X_0$  محور پورې فاصله  $Y_0 = X_0$  او تر X محور پورې د d ده.

د مقطع انرشيايي مؤمنت نظر X محور ته په لاندې توګه لاسته راځي:

$$[I = \int p^2 dA]$$

$$I_X = \int (y_0 + d)^2 dA = \int y_0^2 dA + \int d^2 dA + \int 2y_0 d dA$$

$$I_X = \int y_0^2 dA + d^2 \int dA + 2d \int y_0 dA \dots \dots \dots (a)$$

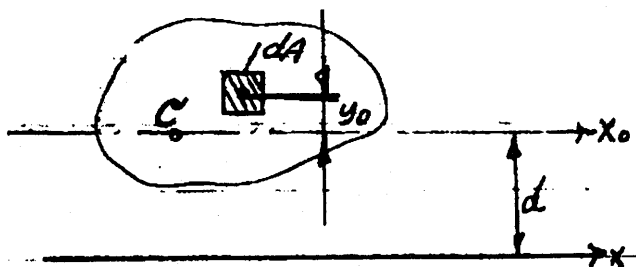


Figure (5:5) Moment of Inertia between Parallel axes.

څرنگه چې  $d$  دوه موازي محورونو ترمنځ فاصله ده نو ثابت قيمت دی ځکه د [علامې څخه د باندې ليکل شوېدی او-

$$2d \int y_0 dA = AY = 0$$

ځکه چې  $Y$  يا  $(YC)$  د وضعيه کميت د محور او مرکزي محور ترمنځ فاصله ده په دی کې  $y_0$  قيمت صفر دي ځکه چې د  $X_0$  محور د جسم د مرکز څخه تیرېږي يابه نوموړي محور باندې منطبق دی.

$$\bar{I}_X + d^2 A \dots\dots\dots (5) \dots\dots\dots \text{په نتيجه کې ليکلې شو چې،}$$

نوموړې الجبري معادله داسې لوستلې شو چې: د هرې ټوټې (مساحت) د انرشيا مومنټ نظر مربوطه محوره د هغه مساحت نظر مرکزي محوره د انرشيا مومنټ او د محورونو ترمنځ د مربعوي فاصلې او مساحت د ضرب حاصل د مجموعې څخه عبارت دي دلته  $\bar{I}_X$  نظر مرکزي محوره د يوې ټوټې د انرشيا مومنټ دی. د انرشيا قطبي مومنټ او تاویدنې قطبي شعاع گانو لپاره مونږ د هر محور او موازي مرکزي محور لپاره  $J = \bar{J} + Ad^2$  لرو چې:

$$Ak^2 = \bar{Ak}^2 + d^2 A$$

اطراف په  $A$  ویشو په لاس راوړو:

$$K^2 = \bar{k}^2 + d^2 \dots\dots\dots (2) \text{ که چیرې په (a) معادله کې } X_0 \text{ مرکزي محوروي}$$

نو ستاتيکي مومنټ نظر دې مرکزي محوره صفر کېږي دویم انتگرال صفر ته تقرب کوي نو ځکه د مقطع د ثقل مرکز څخه تر  $X_0$  محوره پورې فاصله  $y_0$  صفر سره برابره ده په اخير کې ويلې شو چې (5) فورمول د مقطع د مرکزي محورونو څخه نورو موازي محورونو ته د تیریدو فورمول دی.



## 6-6 - دانتگرال په واسطه د انرشیایي مومنتونو پیدا کول

### Moment of Inertia by Integration

د انتگرال په واسطه د انرشیا مومنت معلومول د دې لپاره صورت نیسي چې مختلفې ساحې و ټاکل شي او همدارنګه:

۱- د مختلفو مساحتونو ټولې برخې د وضعیه کمیت د محور څخه په مساوي فاصله پرتې دي یا.

۲- د مختلفو مساحتونو د انرشیا مومنت د وضعیه کمیت د محور په پام کې نیولو سره معلوم دي (د یو مساحت د انرشیا مومنت د هغې دواړو برخو د انرشیا مومنتونو د مجموعې سره برابري).

لکه چې د مرکزونو په صورت کې د یوې ترکیبي مقطع د انرشیا مومنت د هغې دواړو برخو د ټولو برخو د انرشیا مومنتونو د جمع کولو په مرسته پیدا کېږي هرکله چې د  $\bar{I}$  قیمت په یوه خاصه نقطه کې معلوم وي او انتقالي فورمول د دې لپاره استعمالېږي چې د جسم د ډیرو برخو د انرشیا مومنتونه د وضعیه کمیتونو مشترک محور ته راجع کړو.

## 6-7 د ساده شکلونو انرشیایي مومنتونه

### Moments of Inertia of the Simple Figures

۱- د مستطیل چې عرض یې  $b$  او لوړ والی یې  $h$  دی د انرشیا مومنت پیدا کړئ که چیرې:

(a) مرکزي محور یې د مستطیل د قاعدې سره موازي وي.

(b) یو محور یې په قاعده باندې منطبق وي.

حل (Solution):

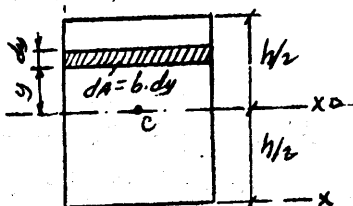


Figure (5:6)

د مستطیل انرشیایي مومنتونه نظر هغه محوونو ته چې د مستطیل د ثقل مرکز څخه تیرېږي او د هغه د ضلعو سره موازي وي محاسبه کېږي د دې لپاره ټول مستطیل په

ډيرو کوچنيو لکه چې په شکل کې ښکاري ټوټو باندې چې د X محور سره موازي وي ویشو او د جلا شوي عنصر ټولې برخې د X محور څخه په مساوي فاصله موازي واقع دي. د انرشيا مومنت د اساسي فورمول څخه استفاده کوو او د مرکزي محور انرشيا مومنت پیدا کوو.

$$[I_x = \int y^2 dA]: \bar{I}_x = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} y^2 b dy = b \left[ \frac{y^3}{3} \right]_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} = b \left[ \left( \frac{h^3}{3} \right) - \frac{(-h/2)^3}{3} \right]$$

(b) محور په قاعده باندې

منطبق دی مخکنی نتیجه د  $h/2$  فاصلې له لارې  $I_{ox} = \bar{I}_x = \frac{bh^3}{12}$ ;

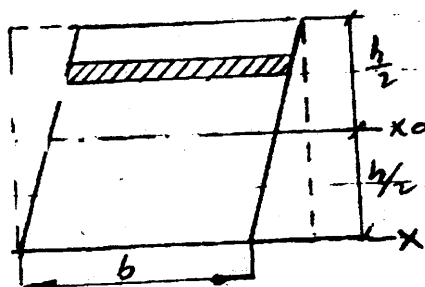


Figure (6:7)

موازي محور X ته چې په قاعده باندې منطبق دی انتقالیږي او د دې لپاره د موازي محورونو د انتقال میتود څخه ګټه اخلو یعنې

$$[I_x = \bar{I}_x + Ad^2]$$

$$I_x = \frac{bh^3}{12} + (b \cdot h) \left( \frac{h}{2} \right)^2 = \frac{bh^3}{12} + \frac{bh^3}{4} = \frac{bh^3}{3}$$

د متوازي الاضلاع لپاره (Fig 6-7) د انرشيا مومنت عین قیمت لري

$$\bar{I}_x = \frac{bh^3}{12}; I_x = \frac{bh^3}{3}$$

یعنې

ځکه متوازي الاضلاع یوازې خپل شکل نظر مستطیل ته بدل کړی دی بلکې فاصلې تغیر نه دی کړی

# د مثلث دانرشيا مومنت

## Moment of Inertia of Traingle

د مثلث دانرشيا مومنت پيدا کړي که چيرې د مثلث قاعده  $b$  او ارتفاع  $h$

معلوم وي په داسې حال کې چې که:

(a) يو محور د مثلث په قاعده منطبق وي.

(b) مرکزي محور د مثلث د قاعدې سره موازي وي.

حل (Solution):

لکه چې په شکل کې ليدل کيږي يوه وړوکې توتېه جدا کوو او د مثلثونو د

مشابهت څخه لرو چې  $X = (b/h)(h - y)$

د  $X$  محور په پام کې نيولو سره د مثلث د انرشيا مومنت عبارت دی له:

$$[I_x = \int y^2 dA]$$

$$I_x = \int_0^h y^2 x dy = \int_0^h y^2 \frac{b}{h} (h - y) dy = \frac{b}{h} \left[ \frac{hy^3}{3} - \frac{y^4}{4} \right]_0^h$$

$$= \frac{bh^3}{12} : I_x = \frac{bh^3}{12} \text{ ans.}$$

مرکزي محور Centeroidal axis د دې نېره چې د مرکزي محور د انرشيا

مومنت  $I_x$  پيدا کړو نظر قاعدې ته

پيداشوي انرشيايي مومنت قيمت

مرکزي محور  $(X_0)$  ته چې د قاعدې

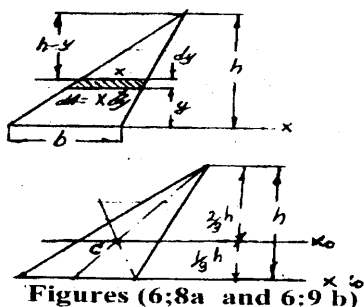
يا  $X$  سره موازي دي را انتقالوو د

بلې خوا د انتقال فاصله  $h/3$  ده لکه

چې په (شکل 8 - 6) کې ښودل شوې

ده لهدا لرو چې

$$[I_x = I_x + Ad^2]$$



Figures (6:8a and 6:9 b)

$$\frac{bh^3}{12} = \bar{I}_x + \left(\frac{bh}{2}\right)\left(\frac{h}{3}\right)^2 \Leftrightarrow \frac{bh^3}{12} = \bar{I}_x + \frac{bh^3}{18}; \bar{I}_x = \frac{bh^3}{12} - \frac{bh^3}{18}$$

$$\bar{I}_x = \frac{bh^3}{36} \text{ ans}$$

3 سوال: د یوې دایرې مساحت چې  $r$  شعاع لري او د قطري محور په پام کې نیولو سره د هغې د انرشیا مومنټ پیدا کړئ (Fig 6-9)

حل (Solution):

قطبي کور دینات پکاروو او وړوکی ټوټه جدا کوو لکه چې په شکل کې لیدل کیږي.  $y = r \sin \theta$  د قطر په نظر کې نیولو

سره د انرشیا مومنټ عبارت  $[I_x = \int y^2 dA]; \bar{I}_x = \int_0^r \int_0^{2\pi} \rho^2 \sin^2 \theta \rho d\theta d\rho$  دی له:

$$= \int_0^r \int_0^{2\pi} \rho^3 \sin^2 \theta d\theta d\rho = \int_0^r \int_0^{2\pi} \rho^3 d\rho \sin^2 \theta d\theta = \frac{r^4}{4} \int_0^{2\pi} \sin^2 \theta d\theta = \frac{r^4}{4} \pi$$

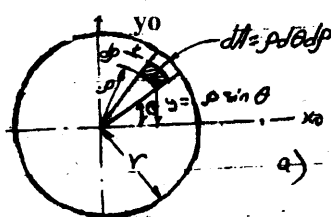
د لاند شکل لپاره یو الټرنیټ او ساده

حل په کوم شکل کې چې وړوکی ټوټه (عنصر) د یوې کرۍ په

د  $dA = (2\pi\rho)d\rho$  چېت اخستل شوې ده یعنې:

د انرشیا قطبي مومنټ عبارت دي له:

$$[J = \int \rho dA]$$



د انرشیا مستطیلي مومنټونه په څرگنده توګه سره مساوي دي  $I_x = I_y$

ځکه چې یو د بل سره متناظر دي اوس نو لاندی افاده استعمالوو او لرو چې:

$$[J = \bar{I}_x + \bar{I}_y]; \frac{\pi r^4}{2} = \bar{I}_x + \bar{I}_x; \bar{I}_x = \frac{\pi r^4}{4} \text{ Cheek.}$$

4 سوال:

د مثلث چې قاعده یې  $b$  او ارتفاع یې  $h$  ده د مثلث پاسنۍ برخې څخه تیر شوی محور چې د مثلث قاعدی سره موازي دی په پام کې نیولو سره د انرشیا مومنټ

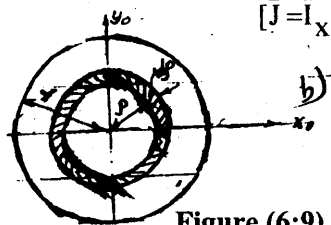


Figure (6:9)

پیدا کړې د دوهم تشریحي سوال نتیجې او د موازي محورونو د انتقال  
طریقې په استفادې سره سوال حل کیږي.

ځواب:  $I = bh^3/4$



Fig (6:10)

5- سوال: د دایرې د څلورمې برخې لکه چې په  
شکل کې لیدل کیږي د ورکړل شوو محورونو په  
پام کې نیولو سره د انرشیا مومنټ پیدا کړئ.

ځواب:  $ans: I_x = I_y = \frac{\pi r^4}{16}$

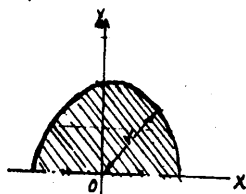


Fig (6:11)

6- سوال: د ورکړل شوو محورونو په پام کې  
نیولو سره د نیم دایرې لکه چې په شکل کې  
ښودل شوې ده د انرشیا مومنټ معلوم کړئ.

$$ans: I_x = I_y = \frac{\pi r^4}{8}$$

7- سوال: د قطر سره موازي مرکزي محور په پام کې نیولو سره ثابته کړئ  
چې د نیمه دایرې د انرشیا مومنټ  $0.11r^4$  دی که د نیمه دایرې شعاع  $r$   
وي.

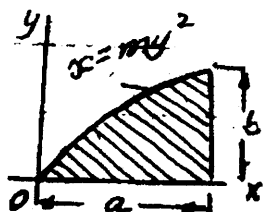


Figure (6:12)

8- سوال: د دایرې د څلورمې برخې لپاره لکه  
چې په شکل (6-12) کې ښودل شوی ده د  
مرکزي محور X په پام کې نیولو سره د انرشیا  
مومنټ پیدا کړئ.

ځواب: ....  $ans: I_x = 0.055r^4$

9- سوال: دیوې تړلې بیضوي لپاره چې معادله  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$

یې ده د X محور په پام کې نیولو سره د انرشیا مومنټ  
او همدارنگه د تاویدنې (خرخیدنې) شعاع پیدا کړئ.

ځواب: .....  $Ans: \bar{I}_x = \pi ab^3/4$

10- سوال: د لومړي ربع څخه د  $y = 100 - 0.04X^2$  په  
واسطه کټ شوي مساحت لپاره د y محور په پام کې نیولو سره د

انرشيا مومنت او همدارنگه د انرشيا شعاع يا قطبي شعاع پيدا کړئ دلته X او Y په ملي متر سره بنودل شوي دي.

ځواب:

$$I_y = 1.667 \times 10^6 \text{ mm}^4$$

$$k_y = 22.4 \text{ mm}$$

(11) سوال: د پارا بولي مساحت د X محور په پام کې نيولو سره ورکړل شوي شکل د انرشيا مومنت پيدا کړئ چيرته چې m يو ثابت قيمت دی.

$$\left. \begin{aligned} I_x &= \frac{2}{15} ab^3 \\ I_y &= \frac{2}{7} a^3 b \end{aligned} \right\} \text{ans}$$

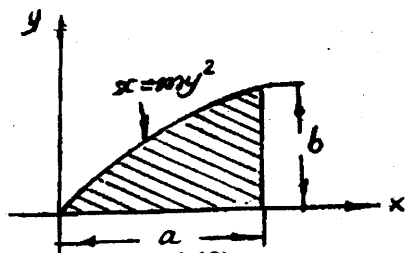


Figure (6:13)

## 6-8 د ترکيبي شکلونو د انرشيا مومنتونه

### Moments of Inertia for Composite Areas

کله چې يوه ترکيبي مقطع راکړل شوي وي او هغه په منظمو هندسي اشکالو لکه (مثلاً، مربع، مستطیل او نور) د تجزيې وړ وي او د نوموړو منظمو اشکالو د انرشيا مومنت لاملونې له وړاندې پوهیږو نو د ترکيبي مقطع د انرشيا مومنت د دې ټولو وړو وړو جداګانه منظمو مقطع ګانو د انرشيا د مومنتونو د مجموعې سره برابر دي د دې عناصرو د انرشيا مومنتونو څخه وړاندې بايد دا علاوه شي چې د دوی د ډيرو د انرشيا مومنتونه نظر د دوی محورونو ته مخکې له مخکې پيدا شوي وي د دې منظمو اجسامو د انرشيا مومنتونه په لاندې جدول کې ترتيب شوي دي. د ځينو نورو ساختماني موادو لکه Channal, I-beam, angle او نورو ټول مشخصات په B جدول کې ځای په ځای شوي دي.

مثال: د I ماننده wide Flange beam ګاډر لپاره د X او Y محورونو په

پام کې نيولو سره د انرشيا مومنتونه پيدا کړئ Figure

## حل (Solution):

څرنگه چې د منظمو اشکالو د انرشيامومنت مونږ ته لاله پخوا معلوم دی د هغه ترکیبي شکل چې د دې ډول شکلونو څخه تشکیل شوی وي د انرشيامومنت د دوی د انرشيامومنتونو د مجموعې څخه عبارت دی او کولې شو چې په لاندې طریقو یې پیدا کړو:

**لومړۍ طریقه:-** په لومړي سر کې ذکر شوې مقطع د یو مستطیل چې ابعاد یا اندازه یې (200X300) کې وي فرضوو او د دې انرشيامومنتونه نظر مرکزي محور یا تناظر محور ته عبارت دی له:

$$[\bar{I}_x = \frac{bh^3}{12}]; \frac{200 \times 300^3}{12} = \frac{200 \times 27 \times 10^6}{12} = 450 \times 10^6 \text{ mm}^4$$

اوس د نوموړې مقطع د وارو خواته (260x90) مساحتونو د انرشيامومنتونه پیدا کړو.

$$[\bar{I}_x = \frac{bh^3}{12}] = \frac{2[90 \times 260^3]}{12} = 263.6 \times 10^6 \text{ mm}^4$$

اوس د ټولې ساحې څخه د دغه دوه مستطیلونو د انرشيامومنتونه منفي کوو او لرو:

$$I_x = 450 \times 10^6 - 263.6 \times 10^6 = 10^6 (186.4) = 186.4 \times 10^6 \text{ mm}^4 \text{ ans}$$

$$\bar{I}_y = \frac{200^3 \times 300}{12} = 0.173 \times 10^6 \text{ mm}^4 \text{ مستطیل- (260x20)}$$

لپاره د پورته دوه مستطیلونو

$$\bar{I}_y = 2 \left[ \frac{20 \times 200^3}{12} \right] = 26.67 \times 10^6 \text{ mm}^4 \text{ لپاره بالاخره ټولې ساحې}$$

لپاره چې خط خط شوې ده لرو چې:

$$I_y = (0.173 + 26.67) \times 10^6 = 26.84 \times 10^6 \text{ mm}^4 \text{ .....ans.}$$

**دوهمه طریقه:-** نوموړی ترکیبي مقطع په درې منظمو مستطیلونو باندې ویشو د کومو انرشيامومنت چې له پخوا څخه پیژنو یعنې:

$$[\bar{I}_x = \frac{bh^3}{12}]_{x1} = \frac{200 \times 20^3}{12} = 0.13 \times 10^6 \text{ mm}^4$$

$$\bar{I}_{y1} = \frac{200^3 \times 20}{12} = 13.33 \times 10^6 \text{ mm}^4$$

$$\bar{I}_{x2} = \frac{20 \times 260^3}{12} = 293 \times 10^6 \text{ mm}^4, \bar{I}_{y2} = \frac{200^3 \times 20}{12} = 13.33 \times 10^6 \text{ mm}^4$$

$$I_x = 2[0.13 \times 10^6 + 4000 \times (140)^2] + 29.3 \times 10^6 + 260 \times 20 \times 0^2 = 2(78.53 \times 10^6) + 29.3 \times 10^6 = 185.4 \text{ mm}^4$$

$$I_y = 2[13.33 \times 10^6 + 4000 \times 0^2] + 0.17 + 260 \times 20 \times 0^2 = 26.83 \text{ mm}^4$$

$$\bar{I}_{y2} = \frac{20^3 \times 260}{12} = 0.17 \times 10^6 \text{ mm}^4; \bar{I}_{x3} = \frac{200 \times 20^3}{12} = 0.13 \times 10^6 \text{ mm}^4$$

پوښتنه:

Angle 150x150x13mm

Web plate 600x20mm

2flang plate 460 x20mm او

یو تیر (girder) د څلورو توتو څخه

تشکیل شوي دي: .....

لکه چې په شکل کې ښودل شوي دي د angle د انرشیا مومنټ نظر د دې مرکزي محور ته عبارت دی له:

$I_x = I_y = 8.05 \times 10^6 \text{ mm}^4$  او مساحت یې  $A = 3730 \text{ mm}^2$  او کوردینات یې  $X = Y = 42.3 \text{ mm}$  د مرکزي محور  $Xo$  په پام کې نیولو سره د نوموړي بیم

د انرشیا مومنټ محاسبه کړئ.

حل (Solution):

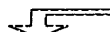
د لټه د هر عنصر لپاره د انرشیا مومنټ د انتقال قضیه د تطبیق وړ ده یعنې

$$I_x = I_x + Ad^2$$

$$I = \frac{20 \times 6000^3}{12} + (20 \times 600)0^2 = 360 \times 10^6 \text{ mm}^4 \quad \text{لپاره} \quad \dots\dots\dots$$

$$I = 2\left[\frac{460 \times 20^3}{12} + (460 \times 200)315^2\right] \quad \text{د فلنجي دوه پلیټونو لپاره} \quad \dots\dots\dots$$

$$= 1830 \times 10^6 \text{ mm}^4$$

د څلور زاویه گانو یا angles لپاره: 

$$I = 4[8.05 \times 10^6 + (3730)(305 - 423)^2] = 1060 \times 10^6 \text{ mm}^4$$



د ټول جسم لپاره:

$$I_x = (360 + 1830 + 1060) 10^6 \text{ mm}^4 \\ = 3250 \times 10^6 \text{ mm}^4 \text{ ans} \quad \text{.....خواب}$$

تمرین:

۱- د T ډوله شکل (6:16) لپاره دانرشیا مومنټ دهغې مرکزي محور  $X_0$  په پام کې نیولو سره محاسبه کړئ.  
خواب:  $y = 3.5 \text{ in.}$   $I_x = 29/\text{in}^4$

۲- د ورکړل شوي مساحت د مرکزي محورونو په پام کې نیولو سره د هغې دانرشیا مومنټ محاسبه کړئ.  
خواب:

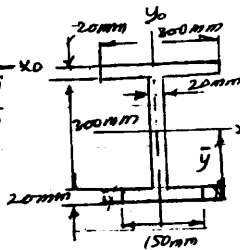
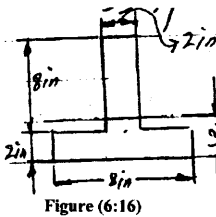


Figure (6:17)

$$y = 202 \text{ mm} \\ I_x = 260 \times 10^6 \text{ mm}^4 \\ I_y = 50.8 \times 10^6 \text{ mm}^4$$

۳- د متساوي الاضلاع (equal زاوې)

(Angle) قاعده b افقي پرته

ده وښیاست چې افقي او

عمودي محورونو په پام کې نیولو سره مرکزي انرشيايي مومنتونه سره مساوي دي.

۴- (يو منظم شپږ ضلعي چې هره ضلعه يې a ده نظر يو محور ته چې دوه متقابل پاسنې سطحو له لارې تيريږي د انرشيا مومنټ محاسبه کړئ.)

$$\text{Ans...} I = (5\sqrt{3}/16)a^4$$

۵- لاندې 200x 300mm مستطیل لپاره نظر

X محور ته د انرشيا مومنټ پېدا کړئ که چېرې مستطیل د  $\theta = \sin^{-1}(4)$  زاوې په اندازه نسبت X محور ته کوږ شوی وي داسی يې فرض کړئ

چې جسم په A, B

او C برخو تجزیه شوی دی.

$$\text{ans.....} I_x = 516 \times 10^6 \text{ mm}^4$$

۶- سوال: Z- ماننده عرضي مقطع دانرشيا مومنټ معلوم کړئ يعنې:

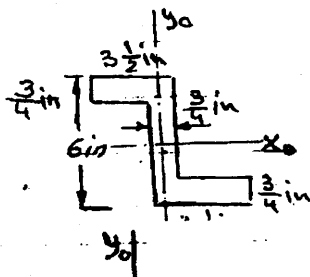


Figure (6:20)

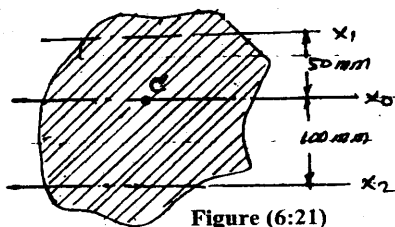
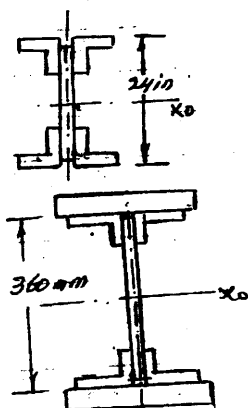


Figure (6:21)



Figures (6: 22 - 23)

$$I_x = I_y?$$

ځواب:  $I_x = 42.1 \text{ in}^4$

$$I_y = 15.4 \text{ in}^4$$

(۷) دوه C200x28 چينلونه سره

يوځای اېښودل شوي دي او لاندې

شکل يې ځانته غوره کړی دی

لکه چې رسم کې ښکارېږي دواړه

چينلونه يو له بل څخه څومره ليرې

فاصله کې واقع دي که چيرې د

نومرې مقطع لپاره  $I_x = I_y$  وي.

(۸) د خط خط شوي شکل

مساحت  $40 \times 10^3 \text{ mm}^2$  دی که

چېرې  $I_{x1} = 250 \times 10^6 \text{ mm}^4$  وي  $I_{x2}$

معلوم کړی.

ځواب:  $I_{x2} = 550 \times 10^6 \text{ mm}^4$

(۹) څلور زاويه گانې

$6 \times 4 \times 1/2 \text{ in}$  د وړو ټوټو پليټونو

flanges  $24 \times 5 \text{ in}$  سره داسې ولږنگ

شوي دي چې يو گادرې جوړ کړی دی د نوموړي

گادر لپاره د  $I_x$  دانرشيامومنت محاسبه کړی.

(۱۰) د پليټونو د زاويه گانو څخه يوه پاڼه

ترکيب شوې ده چې څلور زاويه

گانې  $200 \times 100 \times 13 \text{ mm}$  (angles) ديو پليټ

$350 \times 200 \text{ mm}$  او دوه فلنجونه (flanges) چې

هر يو يې  $460 \times 60 \text{ mm}$  کې اندازې لري يو د بل

سره ولږنگ شوي دي البته د شکل مطابق د

نوموړي جسم لپاره  $I_x$  او  $I_y$  قيمتونه معلوم

کړی.

خواب:  $I_x = 29 \times 10^6 \text{ mm}^4$

$I_y = 1140 \times 10^6 \text{ mm}^4$

(۱۱) د جوړې شوې پایې مرکزي انرشيایي مومنتونه پیدا کړئ، پایه د دوه  $400 \times 10 \text{ mm}$  پلټونو او دوه ناوه ایز

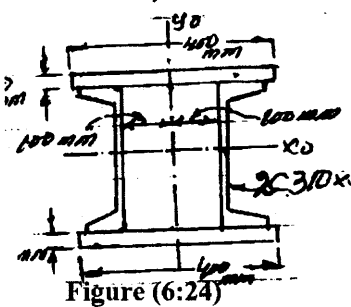


Figure (6:24)

ګاډرونو یا چنلونو Channels د یو ځایکیدو څخه حاصله شوې ده د چینل اندازې  $(310 \times 3)$  کې دي.

(12) پوښتنه: - څلور Z ماننده میلی (Bars) چې ټول خصوصیات یې په شکل (6:25) کې ذکر شوي دي د

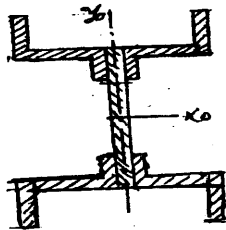


Figure (6:25)

یوپلیټ  $12 \times \text{lin}$  سره پرچې کاري شوي دي چې په لاندې ډول مقطع یې جوړه کړې ده مرکزي انرشيایي مومنت یې محاسبه کړئ.

خواب:

ans ..  $I_x = 1300 \text{ in}^4$

$I_y = 592 \text{ in}^4$

(13) پوښتنه: - یو چینل  $C10 \times 15.3$  د یو ګاډر

(Channel) (Beam)  $W14 \times 34$  د پاسنې برخې

سره ولږنگ شوې ده د Y کور دینات او نسبت

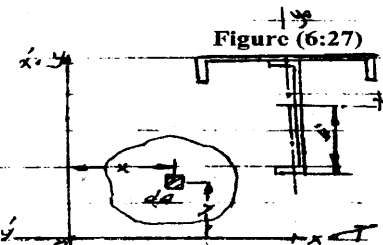
مرکزي محور X ته د انرشيا مومنت محاسبه

کړئ. (شکل 2.26)

پوښتنه: - دوه چنلونه  $C250 \times 23$  د شکل مطابق سره ولږنگ شوي دي د Y

کور دینات او  $I_x$  د انرشيا مومنت محاسبه کړئ. (شکل 2:27)

خواب:  $I_x = 48.5 \times 10^6 \text{ mm}^4$   $Y = 185.8 \text{ mm}$



Figurers (6:28)

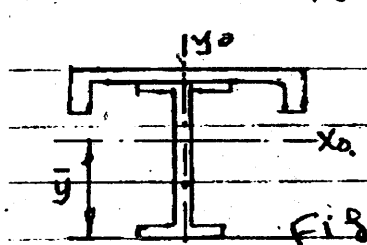


Figure (6:26)

# ٦.٩ د انرشيا محصول (فرار المرکز انرشيا مؤمنت)

## Product of Inertia

د فرار المرکز انرشيا مؤمنت يوه رياضيکي اصطلاح ده چې په دې  $\int xy dA$  ډول ښودل کېږي او د  $P$  په توري او کله کله د  $I_{xy}$  سره ښودل کېږي. فرار المرکز انرشيا مؤمنت د انرشيا مؤمنت په شان ډير زيات استعمالېږي. لکن په داسې مسايلو کې لکه د انرشيا اعظمي مؤمنت او اصغري مؤمنت د بيمونو د غير متناظر کوږوالي او د غير معين يا نا معين فريمونو په ساختماني تجزيې يا تحليل کې ضرور دي د فرار المرکز انرشيا مؤمنت قياسي واحد د انرشيا مؤمنت د قياسي واحد په شان دي يعنې که چېرې اوږدوالی په  $L$  سره وښايو نو قياسي واحد به يې  $(L^4)$  وي. د انرشيا مؤمنت برخلاف د فرار المرکز مؤمنت علامه د مساحت د موقعيت پورې اړه لري چې د محورونو سره اړيکه لري د فرار المرکز انرشيا مؤمنت علامه مثبت ده که چېرې ساحه په I او III ناحيه کې واقع وي او منفي کله چې ساحه په II او IV ناحيه کې واقع وي د مثال په توگه په لاندې شکل (Figure 6:29) کې مساحت د  $XY$  محورونو په لومړۍ ناحيه کې واقع دی او د-

$P_{xy} = \int xy dA$  علامه مثبت ده ځکه چې د مساحت د ټولو ټوپو  $x$  او  $y$  کوردنيات مثبت دي خو د کورديناتو د محورونو د نوي سستم په پام کې نيولو سره  $X$  او  $Y$  چې زاړه محورونه د ساعت د ستنې په مخالف جهت د  $90^\circ$  زاويه په اندازه دوران کوي د اصلي موقعيت څخه بې ځايه کېږي او په IV ناحيه کې واقع کېږي د  $dA$  نوي کوردينات  $X=Y$  او  $Y=X$  دی ځکه نو د نوي محورونو په پام کې نيولو سره فرار المرکز انرشيا مؤمنت عبارت دی له:

$$P_{xy} = \int xy dA = \int y(-x) dA = -\int Xy dA = -P_{xy}$$

نوموړي افاده يوازې د علامې د ټاکلو معنی نه ورکوي بلکې دا ښی چې د محورونو د دوران په صورت کې يو بحراني حالت رامنځته کېږي چې پکې د فرار المرکز انرشيا مؤمنت ممکن خپله علامه بدله کړي، او صفر قيمت

ولري د داسې حالت په وخت کې د کورد نیاتو محورونه د مساحت د اصلي محورونو په حیث پېژندل کېږي چې د دې څپرې په نږدې راتلونکي کې اجرا کېږي.

د فرار مرکز انرشیا مومنتونه د تناظر محورونو په پام کې نیولو سره صفر دی.

Product of inertia moment is zero with respect to axes of symmetry.

که چېرې یو مساحت یو د تناظر محور ولري دا محور د بل هر محور سره چې دی ته عمود دی د محورونو یو سستم جوړوي چې د انرشیا فرار مرکز مومنت یې صفر دی. د  $T$  متناظر سکشن چې په شکل (6:29) کې ښودل شوي په نظر کې نیول ممکن دا لاره پرانيزي چې د هرې یوې ټوټې لکه  $A$  سره یوه بله برابره ټوټه  $B$  موجوده ده.  $Y$  د تناظر محور په پام کې نیولو سره د  $A$  او  $B$  لپاره کورد نیات یو دبل سره برابر دي مگر علامې یې مختلفې دي لیکن نظر  $X$  محوره د  $Y$  کوردینات د نوموړو ټوټو لپاره سره برابر دي او یو شان علامه لري ځکه نو د  $A$  او  $B$  لپاره د فرار مرکز انرشیا مومنت (د انرشیا محصول) صفر دی او دا داسې راوښایي چې د فرار مرکز انرشیا مومنت قیمت صفر دی او د وضعیه کمیټونو محورونه به د تناظر محورونه وي. په لنډ ډول ویلې شو چې نظر د تناظر مرکزي محورونو ته د فرار مرکز انرشیا مومنت قیمت صفر دی.

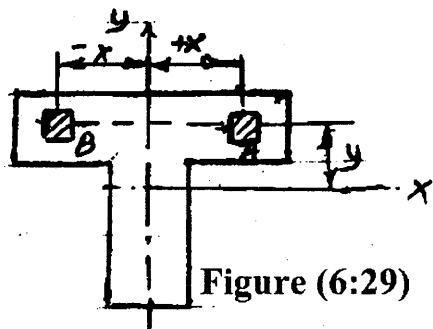


Figure (6:29)

## ۷، د فرار المرکز انرشیایی مومنت

### لپاره د انتقال قضیه

یوه غیر منظمه ساحه چې مساحت یې  $A$  دی او نسبت مرکزي محورونو ته فرار المرکز انرشیایی مومنت په  $P_{xy}$  سره ښودل شوې فرضوو چې د موازي محورونو  $X$  او  $Y$  سیستم داسې واقع دي چې کور دینات یې د نامنظمې ساحې د مرکز څخه  $X$  او  $Y$  وي چې د نوموړو محورونو سره اړیکې لري د فرار المرکز انرشیایی مومنت د اساسي تعریف څخه د مرکزي محورونو په نظر کې نیولو سره لرو:

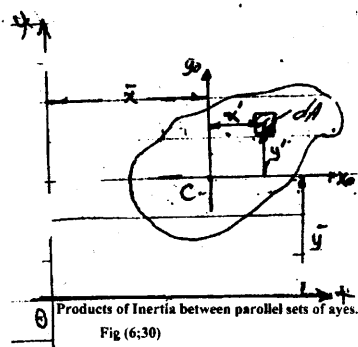
$$\bar{P}_{xy} = \int xy dA \dots (a)$$

د  $X$  او  $Y$  موازي محورونو د سیستم په  $\bar{x}$  م کې نیولو سره لرو:

$$P_{xy} = \int (x+\bar{x})(y+\bar{y}) dA \dots b$$

د  $b$  معادلې د انکشاف څخه په لاس راځي:

$$P_{xy} = \int xy dA + \bar{x} \int y dA + \bar{y} \int x dA + \bar{x}\bar{y} \int dA \dots (C)$$



چې د  $C$  په افاده کې منځني ترمونه د مساحت مومنت په لاس ورکوي چې د مرکزي محورونو سره اړه لري او د  $X$  او  $Y$  ثابت کمیتونو کې ضرب شوي دي څرنگه چې نظر مرکزي محورونو ته د مساحت مومنت صفر کیږي. په پای کې  $C$  افاده لاندې شکل غوره کوي:

$$P_{xy} = P_{xy} + A\bar{x}\bar{y} \dots (D)$$

نوموړي فورمول د فرار المرکز انرشیایی مومنت د اساسي فورمول په حیث پیژندل شوی دی.

مثال :- نظر  $X$  محور ته د قایم الزاویه مثلث فرار المرکز انرشیایی مومنت پیدا کړئ:

حل:- فرض کوو چې  $X$  او  $y$  د  $Ad$  مرکز کوردینات دی د فرار المرکز انرژیا مومنټ اساسي فورمول  $P_{xy} = \int xy dA$  څخه استفاده کوو. د ذکر شوي مثلث لپاره یوه کوچنۍ ساحه کومه چې خط خط شوې ده جدا کوو یا ټاکو نوموړې ساحه د مثلث د قاعدې سره موازي ده د دې کوچنۍ ساحې مساحت

$dA = X \cdot dy$  دی او مرکزي کور دینات یې  $X/2$  او  $y$  دی د دوه مثلثونو مشابهت څخه لرو: .....

$$\frac{X}{h-y} = \frac{b}{h} \Leftrightarrow X = \frac{b}{h}(h-y)$$

ځکه نو: .....  $dA = X dy = \frac{b}{h}(h-y) dy$

د فرار المرکز انرژیا مومنټ د تعریف څخه لرو:

$$[P = \int Xy dA]$$

$$P_{xy} = \int_0^h [(1/2b/h)(h-y)] y [\frac{b}{h}(h-y) dy]$$

$$= \frac{b^2}{2h^2} \int_0^h (h^2 y - 2hy^2 + y^3) dy$$

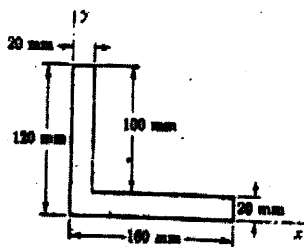
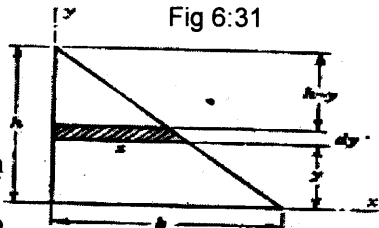
$$= \frac{b^2}{2h^2} \left[ \frac{h^2 y^2}{2} - \frac{2hy^3}{3} + \frac{y^4}{4} \right]_0^h$$

$$= \frac{b^2 h^2}{4} - \frac{b^2 h^2}{3} + \frac{b^2 h^2}{8}$$

$$= \frac{6b^2 h^2 - 8b^2 h^2 + 3b^2 h^2}{24} = \frac{b^2 h^2}{24}$$

$$P_{xy} = \frac{b^2 h^2}{24} \dots \text{ans}$$

Fig 6:31



مثال:

د  $x$  او  $y$  محورونو په پام کې نیولو سره د زاویوي مقطع فرار المرکز انرژیا مومنټ پیدا کړئ.

حل:- (Solution): نوموړې مقطع د دوه مستطیلونو څخه متشکله ده.

لومړی مستطیل  $100 \times 20$  mm او دوهم مستطیل  $160 \times 20$  mm کې دی د نوموړي مستطیل لپاره مرکزي محورونه چې  $X$  او  $Y$  ته موازي دي متناظر محورونه دي ځکه نو د دې مستطیل لپاره فرارالمرکز انرشيايي مومنت صفر دی د بل مستطیل لپاره همدا ډول حالت دی ځکه نو د ترکیبي ساحې لپاره لرو چې:

$$[P_{xy} = P_{xy} + A_{xy}]$$

د  $100 \times 20$  mm مستطیل لپاره:

$$P_{xy} = (100 \times 20) \times 10 \times 70 = 1,4 \times 10^6 \text{ mm}^4$$

$$\text{د مستطیل } P_{xy} = (160 \times 20) \times 80 \times 10 = 2,4 \times 10^6 \text{ mm}^4$$

لپاره  $160 \times 20$  mm د ټولې ترکیبي مقطع یا مساحت لپاره

$$P_{xy} = (1,4 + 2,50) 10^6 = 3,96 \times 10^6 \text{ mm}^4$$

که چیرې زاویه نسبت لومړي حالت ته  $90^\circ$  د ساعت د ستنې په مخالف

لوری دوران وکړي د  $P_{xy}$  همدا

قیمت مگر د مخالفې علامې سره

لرونکی حاصلېږي یعنی

$$P_{xy} = -3,96 \times 10^6 \text{ mm}^4$$

قیمت د زاوې لپاره چې  $90^\circ$  دوران یې

کړي دی معادل دی یعنی:  $p_{yx} = p_{xy}$

مثال:- د ورکړل شوي مثلث لپاره

نظر مرکزي محورونو ته د فرارالمرکز

انرشيايي مومنت پیدا کړئ مرکزي محورونه په شکل کې ښودل شوي دي.

حل (Solution):

$$P_{xy} = \frac{b^2 h^2}{24}$$

د تیر مثال د حل څخه لرو چې:

او د انتقال قضی څخه په استفادې سره لرو چې:

$$[P_{xy} = \bar{P}_{xy} + A_{xy}]; \frac{b^2 h^2}{24} = \bar{P}_{xy} + \left(\frac{bh}{2}\right) \left(\frac{b}{3} \cdot \frac{h}{3}\right) = \bar{P}_{xy} + \frac{b^2 h^2}{18}$$

$$\bar{P}_{xy} = \frac{b^2 h^2}{24} - \frac{b^2 h^2}{18} = -\frac{b^2 h^2}{72}$$

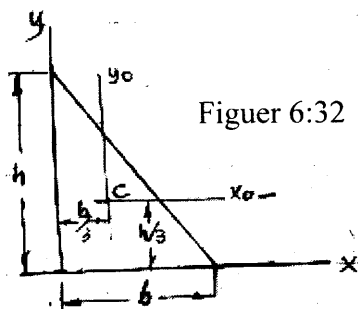
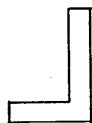


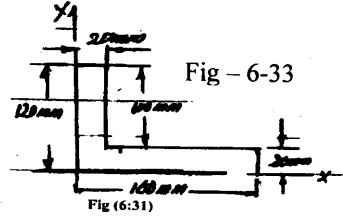
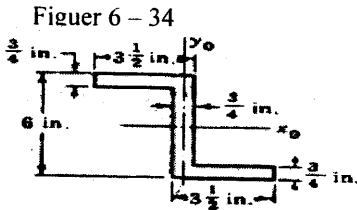
Figure 6:32



تمرین:-

(1) د X او Y محورونو ته موازي نظر د زاويې مرکزي محورونو ته فرار مرکز انرشيایي مومنټ پيدا کړئ:

ځواب:  $P_{xy} = -5.17 \times 10^6 \text{ mm}^4$

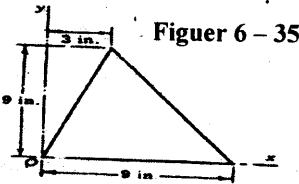


۲- په رسم کې ښودل شوی Z ماننده مقطع لپاره د انرشيایي فرار مرکز مومنټ نظر د دهغې مرکزي محورونو X او Y ته پيدا کړئ.

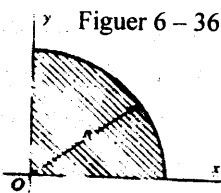
ځواب:  $P_{xy} = -18.9 \text{ m}^4$

۳- په رسم کې ښودل شوی مثلي مقطع لپاره فرار مرکز انرشيایي مومنټ نسبت دهغې X او Y محورونو په پام کې نيولوسره پيدا کړئ.

ځواب:  $P_{xy} = 455.6 \text{ in}^4$



۴- په رسم کې ښودل شوی مثلي مقطع لپاره د مرکز څخه تښتيدونکي انرشيایي مومنټ نظر دهغې مرکزي



محورونو ته چې د X او Y محورونو سره

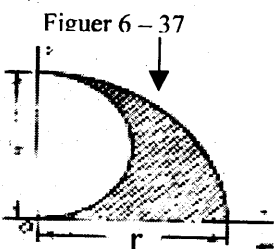
موازي دي پيدا کړئ. ځواب:  $P_{xy} = -30.4 \text{ in}^4$

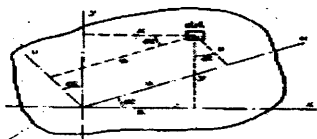
۵- د دایرې د څلورمې برخې لپاره د انرشيایي فرار مرکز مومنټ نسبت X او Y محورونو ته

معلوم کړئ. ځواب:  $P_{xy} = r^4/8$

۶- د X او Y محورونو او د تیر سوال د نتایجو په نظر کې نیولو سره د خط خط شوي برخې لپاره فرار مرکز انرشيایي مومنټ محاسبه کړئ.

ځواب:  $P_{xy} = r^4/12$





Figuer 6 - 38

Moment of inertia with Respect to inclined axes.

## 6-10 د محورونو د مایلان په صورت کې د انرشیا موټمنت

### Moment of Inertia with respect to Inclined axes

په ځینو مواردو کې د دې اړتیا پېښیږي چې نظر هغه محورونو ته چې نسبت عادي محورونو ته یې مایلان پیدا کړی وي. د انرشیا موټمنت پیدا کړی شي په داسې حالاتو کې د انرشیا موټمنت د اصولي جمله سازی په واسطه پیدا کیدا شي. خو عام فورمول معمولاً ډیر اسان استعمالیږي. او نوموړې مسئله ممکن په لاندې ډول ذکر شي:

فوضوو چې  $I_x$  او  $I_y$  او  $P_x$  قیمتونه نظر  $X$  او  $Y$  محورونو ته معلوم دي نسبت  $U$  او  $V$  محورونو ته چې د  $\alpha$  زاویې په اندازه نظر  $X$  او  $Y$  محورونو ته مایلان لري د انرشیا موټمنټونه  $I_u$ ,  $I_v$  او  $P_u$  پیدا کوو. شکل ته زیر شی. د  $dA$  مقطع کوردینات  $X$  او  $Y$  محورونو او  $U$  او  $V$  د نوموړو محورونو په نظر کې نیولو سره ورکړل شوي دي پس لرو چې:

$$\begin{cases} V = y \cos \alpha - x \sin \alpha \\ U = y \sin \alpha + x \cos \alpha \end{cases} \quad (a)$$

د تعریف له مخې:-

$$I_u = \int \rho^2 dA \quad \text{او} \quad I_v = \int \rho^2 dA \quad \text{IV قیمتونه عبارت دي له:}$$

$$I_u = \int v^2 dA \dots\dots (b) \quad \text{او} \quad I_v = \int u^2 dA \dots\dots (c) \quad \text{د} \quad b \quad \text{په معادله کې د} \quad v \quad \text{په}$$

ځایي قیمت د  $a$  دافادې څخه وضع کوو او لرو:

$$I_u = \int (y^2 \cos^2 \alpha - 2Xy \sin \alpha \cos \alpha + X^2 \sin^2 \alpha) dA$$

$$I_x = \int y^2 dA; I_y = \int X^2 dA \quad \text{and} \quad P_{xy} = \int Xy dA$$

خرنگه چې پورتنی افاده داسي شکل ځانته غوره کوي.

$$I_u = I_x \cos^2 \alpha + I_y \sin^2 \alpha - P_{xy} \sin 2\alpha \dots\dots(d)$$

که چیرې  $\sin^2 \alpha = \frac{1 - \cos 2\alpha}{2} \dots\dots \text{and} \rightarrow \cos^2 \alpha = \frac{1 + \cos 2\alpha}{2} \dots\dots(e)$

د d په افاده کې تعویض شي نو نتیجه یې عبارت ده له:

$$I_u = \frac{I_x + I_y}{2} + \frac{I_x - I_y}{2} \cos 2\alpha - P_{xy} \sin 2\alpha \dots\dots(f)$$

په ورته توګه د u قیمت د a معادلې څخه د c په افاده کې دهغې په ځای وضع کوو او پلاس راوړو:

$$I_v = \int (y^2 \sin^2 \alpha + 2xy \sin \alpha \cos \alpha + x^2 \cos^2 \alpha) dA$$

$$I_v = I_x \sin^2 \alpha + I_y \cos^2 \alpha + P_{xy} \sin 2\alpha \dots\dots(g) \text{ او یا:}$$

د e په افاده کې اړیکې د g افاده په لاندې شکل بدلوي

$$I_v = \frac{I_x + I_y}{2} - \frac{I_x - I_y}{2} \cos 2\alpha + P_{xy} \sin 2\alpha \dots\dots(h)$$

کله چې د  $I_x$ ،  $I_y$  او  $P_{xy}$  قیمتونه معلوم شول د f او h افادې د  $I_u$  او  $I_v$  قیمتونو د پیدا کولو لپاره مجاز دي.

په نتیجه کې f او h افادې جمع کول لاندې افاده په لاس ورکوي.

$I_u + I_v = I_x + I_y$ . نو نوموړي افاده وښايي چې د انرشیا مومنټونو مجموعه نسبت کومه یوه مستطیلي محورونو ته چې د یوې نقطې څخه تیرېږي یو ثابت کمیت دي چې دا نتیجه د قطبي مومنټ د قضیې څخه هم ثابتیدای شوه یعنې د انرشیا قطبي مومنټ  $I_z$  د انرشیا د مومنټونو مجموعه ده چې د مستطیلي محورونو په نظر کې نیولو سره چې د قطبي محورونو څخه تیرېږي له لارې پیدا کیږي. لدې کبله څرنگه چې  $I_z$  یو ثابت کمیت دی مونږ د پخوا په شان لیکي شو چې:

$I_z = I_x + I_y = I_u + I_v$  د دې لپاره چې نظر u او v محورونو ته فرار المرکز انرشیا مومنټ  $P_{uv}$  پیدا کړو.

$$P_{uv} = \int uv dA \dots\dots(I)$$

د u او v قیمتونه د a په افاده کې وضع کوو په لاس راوړو.

$$P_{\omega} = \int (y^2 \sin \alpha \cos \alpha + x y \cos^2 \alpha - x y \sin^2 \alpha - x^2 \sin \alpha \cos \alpha) dA = \frac{I_x}{2} \sin 2\alpha + P_{xy} \cos^2 \alpha - P_{xy} \sin^2 \alpha - \frac{I_y}{2} \sin 2\alpha \dots\dots\dots f)$$

خرنگه چي  $\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha = \cos 2\alpha$  دی

نوده پورته افادې څخه لرو  $P_{\omega} = \frac{I_x - I_y}{2} \sin 2\alpha + P_{xy} \cos 2\alpha \dots\dots\dots K)$

زاويه گاني د انرشيا اعظمي او اصغري مومنتونه معلوموي (تعريفوي) او همدارنگه نوموړي مومنتونه د انرشيا د عمده مومنتونو په نوم هم يادېږي او (f) افادې څخه هم په لاس راځي. کله چې يې د صفر سره مساوي کړو د  $\alpha$  دې قيمتونو لپاره دا معلومېدای شي چې د انرشيا فرار المرکز مومنت صفر دی او د انرشيا عمده مومنتونه په دې صورت عبارت دي له:

$$\left. \begin{aligned} I_{max} &= \frac{I_x + I_y}{2} + \sqrt{\left(\frac{I_x - I_y}{2}\right)^2 + (P_{xy})^2} \\ I_{min} &= \frac{I_x + I_y}{2} - \sqrt{\left(\frac{I_x - I_y}{2}\right)^2 + (P_{xy})^2} \end{aligned} \right\} \dots(L)$$

## 1-6 انرشيا مومنت لپاره د مورقضييه

### Mors Circale for Moment of Inertia

د اسانتيا لپاره د ځينې قاعدې د دې لپاره چې انرشيا مومنت په لاس راوړو په لاندې ډول جمله بندي شوي ده.

۱- د مستطيلي کورديناټو په محورونو يو محور ټاکل چې په هغه باندې د انرشيا مومنت حسابي قيمتونه اېښودل کيږي او په نورو باندې چې د انرشيا فرارالمرکز مومنتونه اېښودل کيږي دوی په  $I$  او  $P$  محورونو سره مسماکيږي نقطې په نښه کوو چې:  $(I_x \text{ and } P_{xy})$  او  $(I_y; P_{xy})$  کور دینات لري د  $(P_{xy} \text{ and } I_y, I_x)$  قيمتونه فرض کيږي چې مخکې پيدا شوي دي بايد پام وکړو چې د  $P_{xy}$  قيمت د دې د حقيقي علامې سره يو ځای د  $I_x$  قيمت سره شريک دی. او داچې د  $P_{xy}$  قيمت د  $I_y$  سره مثبت علامه او  $I_y$  سره شريک دي په حقيقت کې  $P_{xy}$  قيمت د  $I_y$  سره جوړه شوی دی لکن  $P_{yx} = - P_{xy}$  لکه چې په A-31 مثال کې مشاهده شول.

۲- هغه نقطې چې په يوه مستقيمه کرښه باندې پرتې دي وصولول دا کرښه د مور د دايرې د قطر په نوم ياديږي چې مرکزيې د  $(I)$  کورديناټو په محور باندې دی د دايرې رسمول.

۳- څرنگه چې د ورکړل شوي مقطع د غوره شوې نقطې له لارې مختلف محورونه تيريږي د  $I$  او  $P$  قيمتونه چې د دې محورونو سره اړيکي لري دهغو نقطو د کورديناټو څخه نماينده ګي کوي د کومو موقعيتونه چې د مور د دايرې د محيط په شا وخوا بدليږي.

۴ - د دایری شعاع د دې د محیط د هرې یوې نقطې څخه د انرشیا د محور نمایندګه ګې کوي او د نوموړې نقطې د  $I$  کوردینات ځواب ویونکې دي.

۵ - د مور په دایرې باندې د هرو دوه شعاعو ترمنځ زاویه د انرشیا د دوه محورو ترمنځ حقیقي زاویې دوه برابره ده چې د نوموړو شعاعو په واسطه ځواب ویونکې ده.

د دې زاویې دوراني حالت د محورو ترمنځ حقیقي زاویې د دوراني حالت ځواب ویونکې ده دا د دې معنی لري چې که چیرې د  $U$  محور د ساعت د ستنې مخالف جهت د  $\alpha$  زاویې په اندازه واقع وي او د انرشیا د  $X$  محور سره اړیکې ولري پس په دې صورت کې مور دایره  $C$  شعاع د ساعت ستنې په مخالف جهت د  $(2\alpha)$  زاوې په اندازه د  $(X)$  د شعاع څخه واقع دي.

#### مثالونه: Illustrative problems

په شکل کې د مستطیل لپاره د  $u$  او  $v$  محورو په پام کې نیولو سره د  $I_u$  او  $I_v$  او  $I_{uv}$  قیمتونه محاسبه کړئ نوموړي محورونه د  $X$  او  $Y$  محورو په لور د  $30^\circ$  زاویې په اندازه مایلان لري.

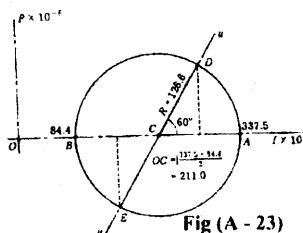
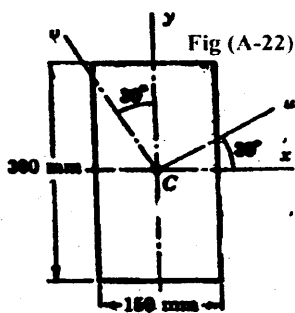
حل (Solution):

لومړی د انرشیا او فرارالمرکز انرشیا مومنتونه د  $X$  او  $Y$  محورو په پام کې نیولو سره په لاندې ډول پیدا کوو:

$$[I_x = \frac{bh^3}{12}]; I_x = \frac{150(300)^3}{12} = 337.5 \times 10^6 \text{ mm}^4$$

$$[I_y = \frac{b^3h}{12}]; I_y = \frac{150^3 \times 300}{12} = 84.4 \times 10^6 \text{ mm}^4$$

څرنګه چې د  $X$  او  $Y$  محورو د نوموړي شکل د تناظر محورونه دي نو نظر نوموړي محورو ته فرارالمرکز انرشیا مومنت  $P_{xy} = 0$  دی پخوانۍ قاعده تعقیبوو یا څارو او د کوردیناتو سستم رسموو او  $I$  او  $p$  په کې په نښه کوو لکه چې په شکل کې لیدل کیږي د  $I_x$  او  $I_y$  او  $P_{xy}$  کمیتونه په کار اچوو د  $A$  او  $B$  نقطې په نښه کوو چې کوردینات یې  $(337.5; 0)$  او



(84.4;0) دي. د دويمې قاعدې مطابق د  
مور د دايرې قطر AB دی د دې مرکز C د  
A او B نمايي دی. C د څخه د I کور  
دینات (211.0) دی د دايرې شعاع د CA  
فاصله ده چې د  $CA = 337.5 - 211 = 126.5$   
ده د څلورمې قاعدې څخه لیدل کیږي چې  
د CA شعاع د انرشیا د محور څخه چې د  
A د نقطې څخه د I کور دینات ځواب و  
یونکي دي نماینده گي کوي د 5 قاعدې  
په عملي کولو سره مونږ پیدا کوو چې د  
انرشیا محور چې د CD شعاع څخه چې د  
 $60^\circ$  په زاویه د I د محور څخه لیرې پرته  
ده د X محور (CA) څخه د ساعت د

عقربې په مخالف جهت پروت دی نماینده گي کوي په همدې ډول څرنګه  
چې د V محور د u د محور څخه په  $90^\circ$  واقع دي د V محور د u د محور  
څخه په  $180^\circ$  موقعیت لري (یعنې ډبل دوران یا سیکل یې کړی دی نسبت  
V محور ته). د دریمې قاعدې څخه لرو چې د D کور دینات د Iu او Puv  
څخه نماینده گي کوي او د E کور دینات د Iu او Puv څخه نماینده گي  
کوي. لږ د دیاګرام څخه لیدل کیږي چې

$$[Iu \times 10^{-6} = OC + CD \cos 60^\circ]$$

$$Iu = (211 + 126.5 \cdot \cos 60^\circ) \times 10^6 = 274.3 \times 10^6 \text{ mm}^4 \quad \text{ځواب}$$

$$[Iux \times 10^{-6} = OC \cdot CE \cos 60^\circ]$$

$$Iu = (211 - 126.5 \cdot \cos 60^\circ) \times 10^6 = 147.8 \times 10^6 \text{ mm}^4 \quad \text{ځواب}$$

$$[Puv \times 10^{-6} = CD \sin 60^\circ]$$

$$Puv = (126.5 \sin 60^\circ) \times 10^6 = 109.6 \times 10^6 \text{ mm}^4 \quad \text{ځواب}$$

# ۱۲-۶ د انرشیا عمده مؤمنتونه

## عمده محوروونه

### Principal Moments of Inertia Principal axes

د مور دايرې يوه قضيه وښی چې هغه نقطې چې کوردینات يې د انرشیا اعظمي او اصغري مؤمنتونه په نښه کوي د انرشیا عمده مؤمنت دی او د (I) په محور باندې واقع دی او د انرشیا حاصل يې صفر دی برعکس هغه محوروونه چې د انرشیا صفري نتيجه لري د انرشیا اعظمي يا اصغري محوروونه دي دا ډول محوروونه د عمده محوروونو په نوم ياديږي لکه څنگه چې کې مخکې مو وکتل چې د انرشیا فرارالمرکز مؤمنت نسبت تناظر محوروونو ته صفر دی، ځکه نو مونږ د تناظر محوروونه شاملوو چې هغوی د انرشیا اعظمي او اصغري مؤمنتونو د قيمتونو حاصل دی لکن ډير اجسام د تناظر محور نلري خو عمده محوروونه لري چې نسبت دې محورته د انرشیا فرارالمرکز مؤمنت صفر دی. د تناظر محوروونه همېشه عمده محوروونه دي.

### مثالونه: Illustrative Problems

د يوې معلومې ساحې چې نسبت  $X$  او  $Y$  محوروونو ته لاندې قيمتونه لري  $I_x = 100in^4$ ,  $I_y = 60in^4$  او  $P_{xy} = 15in^4$  د انرشیا عمده مؤمنتونه او عمده محوروونو موقعيتونه معلوم کړئ.

حل (Sokution):

د  $I$  او  $P$  محوروونو په سستم کې لکه چې په شکل کې ليدل کيږي مطرح شوی نقطې لاندې کوردینات لري.

( $I_x = 100$ ,  $P_{xy} = 15$ ) او ( $I_y = 60$ ,  $P_{xy} = -15$ ) په یاد مو دي چې:

د  $P_{xy}$  ورکړل شوي قيمتونه د  $I_x$  سره يو ځای (شريک) شوي دي او دا چې

$P_{xy}$  قيمت د مخالفې علامې سره د  $I_y$  سره مل شوی دی کچېرې  $P_{xy}$

اصلا منفي وای نو دا قيمت به د  $I_x$  سره يو ځای (مل) وي او د  $P_{xy}$

مبث قيمت د  $I_y$  سره د دې نقطو موقعيتونه دوه نقطې د مور په دايره



$$CA = \sqrt{20^2 + 15^2} = 25$$

D په نقطو کې واقع دي ځکه نو:

$$[I_f = OC + CB]; I_f = 80 + 25 = 105 \text{ in}^4$$

$$[I_2 = OC - CD]; I_2 = 80 - 25 = 55 \text{ in}^4$$

$$[\operatorname{tg} 2 \propto = \frac{AE}{CE}]; \operatorname{tg} 2 \propto = \frac{15}{20} = 0.75$$
$$2\alpha = 36.9^\circ, \text{ and } \alpha = 18.45^\circ$$

مومنٲ محور (د ۷ محور) د ۱۱ محور ته  $90^\circ$  باندې قرار لري.

### تمرین :-

A - د یوې معلومې ساحې لپاره  $I_x = 60 \text{ in}^4$ ,  $I_y = 20 \text{ in}^4$  او  $P_{xy} = 0$

دی د دې ساحې د انرشیا مومنټ په داسې صورت کې پیدا کړی چې

کچیرې یې نظر X محور ته د u محور د ساعت د عقربې پر خلاف د  $30^\circ$  زاوې په اندازه دوران وکړي.

ځواب:  $I_u = 50 \text{ in}^4$

B - یوه معینه ساحه لاندې خصوصیات لري:

$$I_y = 100 \times 10^6 \text{ mm}^4; I_x = 40 \times 10^6 \text{ mm}^4$$

او  $P_{xy} = 40 \times 10^6 \text{ mm}^4$  د انرشیا عمده مومنتونه او د  $\alpha$  زاویه چې عمده محوریې د X د محور سره جوړوي پیدا کړئ. د یو دیاگرام په واسطه یې تشریح کړئ.

ځواب:  $I_1 = 120 \times 10^6 \text{ mm}^4$ ,  $I_2 = 20 \times 10^6 \text{ mm}^4$  او  $\theta = 63.4^\circ$

C - یو قایمه الزاویه مثلث چې قاعده یې 300mm او وتر یې 600mm دی د انرشیا مومنتونه نظر عمده محورو ته چې د مرکز څخه تیریږي پیدا کړئ.

D - د  $8 \text{ in} \times 6 \text{ in}$  لږ کونج (زاویه) لپاره  $I_x = 38.8 \text{ in}^4$

او  $I_y = -80.8 \text{ in}^4$  د دوراني اصغري شعاع محاسبه کړئ.

E - د Z ماننده سکشن د انرشیا اعظمي او اصغري مومنتونه پیدا کړئ که

چیرې عمده محورونه چې د مرکز څخه

تیریږي په نظر کې ونیول شي.

معلومه شوې ده چې  $I_2 = 5.6 \text{ in}^4$

$I_1 = 52.0 \text{ in}^4$ ,  $P_{xy} = -18.9 \text{ in}^4$

F - وښایست چې د هر منظم پولیگون د

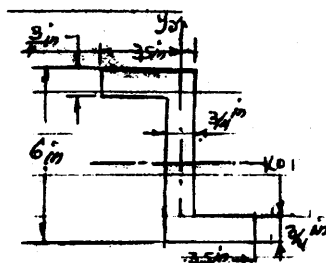
مساحت لپاره د انرشیا مومنت قیمت

ثابت دی که چیرې په نظر کې ونیول

شي چې د مساحت ټولې مستوي گانې د مرکز څخه تیریږي.

G - وښایست چې د دایرې د څلورمې برخې د انرشیا مومنت د دې د تناظر

محورونو په پام کې نیولو سره  $\frac{\pi}{16} r^4 (2 - \pi)$  دي دلته r د دایرې شعاع ده.



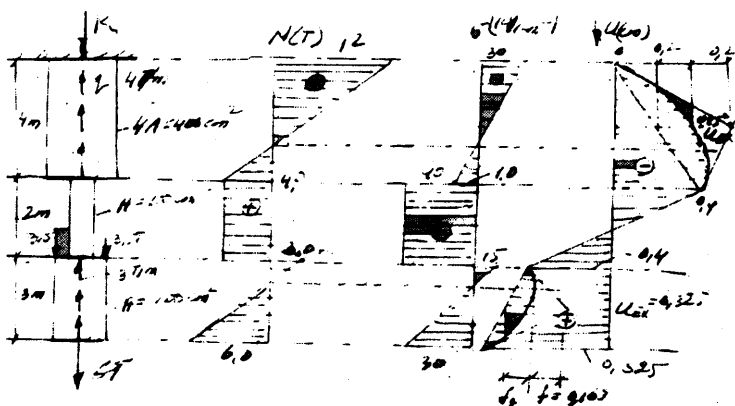
## ضمیمه: د کورني کارونو د اجرا کولو نمونې

لومړنۍ کار:

په دې کار کې لاندې غوښتنې تر سره کول پکار دي:

- ۱- په اتکايي مقطع کې د غیري فعاله قوې ټاکنه.
- ۲- د نورمالو قوو او دهغوی د تشنجاتو د اپیورونو جوړول.
- ۳- د بروس (میلې) د بیلابیلو برخو د نسبي اوږدیدنې او لنډیدنې ټاکل.
- ۴- د ټول بروس د نسبي اوږدیدنې او لنډیدنې حسابول او د امتدادي محوري ځای بدلون اپیور جوړول.

د اپیورونو د اصلاح کولو لپاره د بروس په بیلابیلو برخو کې د مساوي ویشلي بار سره د بروس د یوې برخې په منځ کې د محوري ځای بدلون د اندازې او همدارنگه که چیرې د اکستریموم قیمت ولري حسابول.



۱- په سخته اتکاء کې د غیري فعاله قوې ټاکل.

معمولاً د اتکايي عکس العمل جهت د میلې په طرف غوره کوو او ستاتیک تعادلي معادلي ترتیبوو.

$$[\Sigma F_{iy} = 0 + \uparrow]; -R - 6 + 3.3 - 7 + 4.4 = 0$$

$$R = +12T$$

لاسته راغلی قیمت په شیما کې څا په ځای کوو.

۲- د امتدادي قوو او نور مالي تشنجاتو اپیورونو جوړول لیدل کیږي چې

بروس درې برخو څخه تشکیل شوې دی.

محاسبه د بروس د ازاد انجام څخه پیل کوو او د پرې کولو د میتود څخه استفاده کوو او هره پرې شوې برخه بیله رسموو او عکس العمل (امتدادي قوه) او په میله باندې وارد شوې قوې پکې په نښه کوو او لروچې:

د  $(N_0 = I)$  برخې لپاره

$$0 \leq x \leq 3m$$

$$[\Sigma F_{ix} = 0 \uparrow +]; N_1 \dots N_1 - 6 + 3x = 0.$$

$$N_1 = 6T \quad \text{د } (X = 0) \text{ په صورت کې} \quad N_1 = 6 - 3X$$

$$\sigma_1 = \frac{6000}{200} = 30 \text{ Kg/cm}^2$$

$$N_1 = 6 - 3 \times 3 = -3T \quad \text{او د } (X = 3m) \text{ په صورت کې}$$

منفي علامې و ښی چې نوموړې برخه په فشار کې کار کوي.

$$\sigma = \frac{-3000}{200} = -15 \text{ KN/cm}^2 \quad \text{منفي علامه و ښی چې}$$

نوموړې برخې په فشار کې کار کوي.

اوس هغه مقطع ټاکو چیرته چې امتدادي قوه

صفره د دې لپاره لومړنۍ معادله کې د  $N$  په

ځای صفر قیمت وضع کوو  $(N = 0)$

$$N = 6 - 3x = 0 \Rightarrow$$

لدي ځایه  $X = 2m$

دوهمه برخه:  $3m \leq X \leq 5m$

دا برخه هم بیله رسموو او ورته د ستاتیک

تعادلي معادلې ترتیبوو.

او په دې برخه کې د امتدادي قوې او

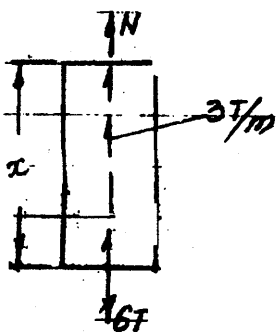
نور مالي تشنجاتو قیمت مثبت او ثابت دی.

$$[\Sigma F_{ix}(x) = 0] \uparrow \oplus$$

$$N - 6 + 3 \cdot 3 - 7 = 0$$

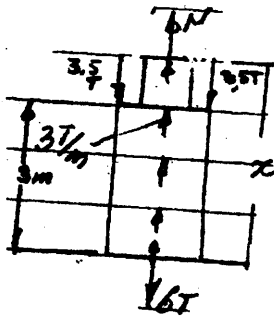
$$N = 4T$$

$$\sigma = \frac{4000}{100} = 40 \text{ Kg/cm}^2$$



دریمه برخه:  $5m \leq x \leq 9m$

د ستاتیکی معادلو په نظر کې نیولو سره لرو.



$$[\Sigma F_i(x) = 0 \uparrow +]$$

$$N - 6 + 3.3 - 7 + 4(x - 5) = 0$$

$$N = 4 - 4(x - 5):$$

$$X = 5m; N = 4T; \sigma = \frac{4000}{400} = 10 \text{ Kg/cm}^2$$

$$X = 9m; N = 4 - 16 = -12T$$

$$\sigma = \frac{-12000}{400} = -30 \text{ Kg/cm}^2$$

څرنگه چې امتدادي قوه د بروس پدې برخه کې خپله علامه بدلوي نو ځکه

هغه مقطع پیدا کوو چیرته چې امتدادي قوه

صفر ده یعنې  $N=0$

$$N = 4 - 4(x - 5) = 0 \Rightarrow x = 6m$$

۳- د بروس مطلقه اوږدینه

(لنډیدنه)

د شکل د خطي بدلون د ټاکنې لپاره تر

هرڅه غوره لاندی فورمول استعمالیږي.

$$[\sigma = \frac{\Omega \sigma}{E}] \dots \text{Or} \dots \Omega \sigma = \frac{\sigma_1 + \sigma_2}{2} \cdot R$$

د لته  $\Omega$  د بروس د هرې برخې مطابق د تشنجاتو د اپیور مساحت دی او

$E$  - د موادو دارتجاعیت مودول دی د دې مثال لپاره  $E = 10^4 \text{ Kg/Cm}^2$  سره

مساوي منل شوې دی.

په دې برخه کې محاسبه د بروس د هغه برخې څخه پیل کوو چې د سختې

اتکاء سره نښتی یا وصل دی او بیا یو پر بل پسې نورې برخې گورو:

$$\Omega_1 = \frac{-30 + 10}{2} \cdot 400 = -4 \cdot 10^3 \text{ kg/cm}^2$$

$$\delta_1 = \frac{-4 \cdot 10^3}{10^4} = -0.4 \text{ cm.}$$

$$\Omega_2 = 40 \times 200 = 8 \times 10^3 \text{ Kg/cm}^2, \sigma_2 = \frac{8 \cdot 10^3}{10^4} = 0.8 \text{ cm}$$

$$\Omega_3 = \frac{30 - 15}{2} \times 300 = 2.25 \cdot 10^3 \text{ Kg/cm}^2$$

$$\delta_3 = \frac{2.25 \cdot 10^3}{10^4} = 0.225 \text{ cm}$$

په دې ترتیب لومړۍ برخه د 0.4Cm په اندازه لنډه، دوهمه برخه د 0.8Cm په اندازه اوږده او دریمه برخه د 0.225 Cm په اندازه اوږده شوې ده. لهذا د بروس مطلقه اوږدیدنه (لنډیدنه) به د ټولو اوږدیدنو (لنډیدنو) د مجموعې سره برابره وي.

$$\Sigma \delta = \delta_1 + \delta_2 + \delta_3 = -0.4 + 0.8 + 0.225 = 0.625 \text{ cm (اوږدیدنه)}$$

۴ - د محوري ځای بدلون U ټاکنه:

د بروس په خاصو مقطعو کې محوري ځای بدلون ټاکل کېږي.

$$X=0 \quad U_0 = 0$$

$$X=4\text{m} \quad U_4 = \delta_1 = -0.4 \text{ Cm}$$

$$X=6\text{m} \quad U_6 = U_4 + \delta_2 = -0.4 + 0.8 = 0.4 \text{ Cm}$$

$$X=9\text{m} \quad U_9 = U_6 + \delta_3 = 0.4 + 0.225 = 0.625 \text{ Cm}$$

د محوري ځای بدلون علامه معمولاً د OX محور جهت پورې اړه لري. محوري ځای بدلون مثبت گڼل کېږي که چیرې د دوی جهت د OX محور د مثبت جهت سره مطابقت وکړي. په دې مثال کې د محوري ځای بدلونونو دایپورونو (د یاگرامونه) په جوړونې کې د کار دیناتو مبداء په سخته اتکاء کې ځای په ځای شوې ده او د X محور کښته خواته جهت لري په هغو برخو کې چې د برابر ویشلي بار لاندې واقع دي د محوري ځای بدلونونو قیمتونه د مربعوي پارابول د قانون له مخې بدلون مومي د مربعوي پارابول جوړولو د اسانتیا د پاره باید تیروتنه او همدارنگه که د اکستریموم قیمت ولري هم حساب شي.

د هغې برخې د پاره چې دسختې اتکاء سره نښتې ده په لاس راوړو چې:

$$f_I = \frac{ql^2}{8EA} = \frac{40(400)^2}{8 \cdot 10^4 \cdot 100} = 0.2 \text{ cm}$$

$$U_{ex} = u_o + \delta = 0; -\frac{1}{2} \cdot 30 \times 300 \times \frac{1}{10^4} = 0.45 \text{ cm}$$

د پارابول د رسمولو لپاره د  $C_1$  نقطې څخه دوه ځلې د  $f_I$  په قیمت فاصله جدا کوو پارابول د  $C_1, a$  او  $b$  نقطو څخه تیرېږي.

د  $ac_2$  او  $bc_2$  مستقیمې کرښې د پارابول سرونو کې مماسونه دي او د  $K-K$  کرښه د پارابول په منځ کې مماسه ده.

د بروس د دریمې برخې د پاره حاصلوو

$$f_3 = \frac{ql^2}{8EA} = \frac{30(300)^2}{8(10^4 \cdot 200)} = 0.169 \text{ cm}$$

چې د بروس د دریمې برخې د پاره د پارابول

جوړونه په شکل کې ښودل شوي ده چې په هغې کې  $U_{ex}$  په لاندې ډول لاسته راځي.

$$U_{ex} = U_6 + \delta_3 = 0.4 - \frac{1}{2} \times 1.5 \times 100 \times 10^{-4} = 0.325 \text{ cm.}$$

مثال

د یوې ترکیبې مقطعي د پاره چې د بیلا

بیلو هندسي شکلونو څخه

جوړه شوې ده غوښتل کیږي:

۱- د مقطعي مساحت

پیدا کړئ او د ثقل مرکز

موقعیت یې وټاکئ.

۲- محوري او د مرکز څخه

تښتیدونکې (فرارالمرکز)

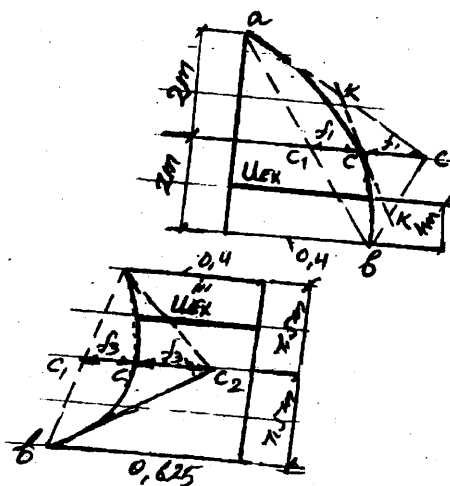
مومنټونه نسبت د مقطعي

مرکزي محورونو ته پیدا کړئ.

۳- د مقطع عمده مرکزي

محورونو موقعیت وټاکئ او

عمده انرشیايي مومنټونه یې محاسبه کړئ.



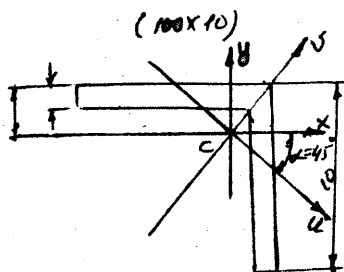
۴- د محورونو د دوران په صورت کې د انرشیایي مومنتونو د محاسبه کولو فورمول څخه ګټه واخلي او د عمده انرشیایي مومنتونو له جملې څخه یو انرشیایي مومنت محاسبه کړئ او واضح کړئ چې نسبت عمده محورونو ته فرار المرکز مومنت قیمت صفر سره مساوي دی.

حل (Solution):

ترکیبي مقطع د (100x10) نمبر برابر و ضلعو زاویوي شکل (angle iron) د (160 x10) نمبر نا برابر و ضلعو زاویوي شکل، د (400X12) نمبر عمودي ورقې او د 20 نمبر ناوي یا شویلر (Chinnal) څخه جوړه شوې ده.

۱- د مقطعي د بیلابیلو هندسي برخو هندسي مشخصات ټاکو.

د دې لپاره د مقطعي په هره یوه برخه باندې نمره وهو او د هرې یوې برخې لپاره د سورتبدي له جدول څخه لازمي هندسي مشخصات او اندازې را انتقالوو:



لومړۍ نمره د برابر و ضلعو زاویوي شکل (100x10).

$$A = 19.2 \text{ cm}^2, I_u = I_{\min} = 74.1 \text{ cm}^4$$

$$I_x = 179 \text{ cm}^4, I_v = I_{\max} = 284 \text{ cm}^4$$

$$I_y = 179 \text{ cm}^4, K_o = Y_o = 2.83 \text{ cm}$$

د زاویوي شکل فرار المرکز انرشیایي

مومنت ( $I_{xy}$ ) ټاکو.

$$I_{xy} = \frac{I_u - I_v}{2} \sin 2\alpha$$

$$= \frac{74.1 - 284}{2} \cdot 1 = 104.95 \approx -105 \text{ cm}^4$$

د زاویوي شکل د مرکز څخه تېښتیدونکي انرشیایي مومنت د علامې په ټاکنې کې د محاسبوي تیروتنې (اشتباه) اعظمي عدد ترڅو چې د دې محاسبوي تیروتنې څخه تیر شو باید د راتلونکي قواعدو څخه پیروي او لارښوونه وشي. که چیرې د X محور ته د ساعت د ستنې پر خلاف دوران ورکړل شي نو دارنگه دوران به مثبت وي یعنې ( $\alpha > 0$ ) او که چیرې د ساعت د ستنې په مطابق جهت دوران ورکړل شي نو په دې صورت کې به



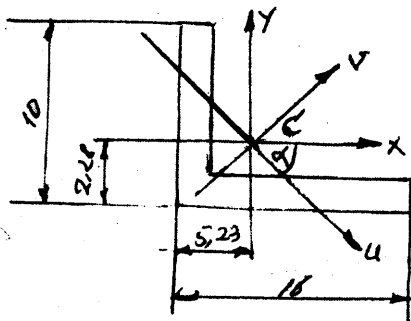
دوران منفي وي په دې مثال کې دوران کې د ساعت د ستنې پر خلاف يا

مخالف جهت پېښېږي نو ځکه  $\sin 2\alpha = +1$  and  $\alpha = \pm 45^\circ$

۲- دويمه نمره:

د نا برابر و ضلعو زاويوي شکل (160 x 100 x 10)

يا  $N = 16/10$



$$A = 25.3 \text{ cm}^2$$

$$I_x = 204 \text{ cm}^4$$

$$I_y = 667 \text{ cm}^4$$

$$I_u = \min = 122 \text{ cm}^4$$

$$tg \alpha = 0.890$$

$$Y_o = 2.28 \text{ cm}$$

$$X_o = 5.23 \text{ cm}$$

د نا برابر و ضلعو زاويوي

شکل اعظمي انرشيایي

مومنټ ټاکو:

$$I_v = I_{\max} = (I_x + I_y) - I_{\min} = (204 + 667) - 122; I_v = 749 \text{ cm}^4$$

د مرکز څخه تښتیدونکي انرشيایي مومنټ:

$$tg \alpha = 0.390; \alpha = +21^\circ.8' \quad 2\alpha = 42^\circ.36$$

$$\sin 2\alpha = 0.6779;$$

$$I_{xy} = \frac{I_u - I_v}{2} \cdot \sin 2\alpha = \frac{122 - 749}{2} \cdot 0.6779$$

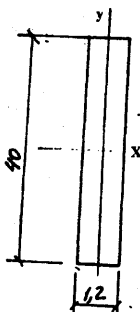
$$I_{xy} = -212 \text{ cm}^4$$

دریمه نومره ورق (400x12)

$$A = 40 \cdot 1.2 = 48 \text{ cm}^2;$$

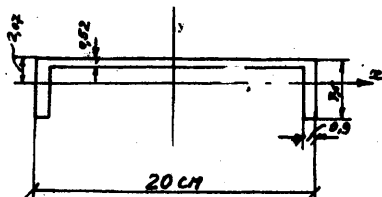
$$I_y = \frac{1.2 \cdot (40)^3}{12} = 6400 \text{ cm}^4;$$

$$I_y = \frac{40 \cdot (1.2)^3}{12} = 5.76 \text{ cm}^4$$



## خلورمه نومره $N = 20$ نمبر شوئیلو

$$\begin{aligned} A &= 23.4 \text{ Cm}^2 & h &= 20 \text{ cm} \\ I_x &= 113 \text{ Cm}^4 & b &= 7, 6 \text{ cm} \\ I_y &= 1520 \text{ Cm}^4; & d &= 0, 52 \text{ cm} \\ t &= 0.9 \text{ cm}; \\ Y_o &= 2.07 \text{ cm}; \end{aligned}$$



نوټ:- د ټولو ترکیب یزو برخو هندسي مشخصات باید په مقطع او په منل شوي کاردینات کې د دوی د موقعیتونو په پام کې نیولو سره لیکل شوي وي مثلاً د N26/10 نا برابر ضلعو زاویه یز شکل په صورت بندئ کې:

$$Y_o = 5.23 \text{ cm}, X_o = 2.28 \text{ cm}, I_y = 204 \text{ Cm}^4, I_x = 667 \text{ Cm}^4$$

لیکل شوي دي. څرنگه چې په مقطع کې د زاویه یز شکل موقعیت او په سور تبندي جدول کې د هغه د تصویر سره توپیر لري نو ځکه د  $X^\circ$  علامې پر ځای باید د "y" علامه او برعکس عوض شي.

### ۲ دمقطعی د مساحت او د ثقل مرکز د موقعیت ټاکنه:

د مقطعی د ټولو برخو د مساحتونو قیمتونه د جدول (2) قطار ته نقلوو او یو له بله سره یې جمع کوو:

$$A = \Sigma A = 115.9 \text{ Cm}^2;$$

په کیفي ډول د X او Y محورو په چې د مقطعی د دریمې برخې (ورق) د ثقل مرکز څخه تیریږي ورکول کیږي په دی منل شوي کاردینات کې د هرې یوې برخې د ثقل مرکز کاردینات ټاکو:

$$\begin{aligned} X_1 &= -(0.6 + 16 - 2.38) = -13.77 \text{ cm} & Y_1 &= 20 + 2.83 = 22.83 \text{ cm} \\ X_2 &= -(0.6 + 5.23) = -5.83 \text{ cm} & Y_2 &= 20 - 2.28 = 17.72 \text{ cm} \\ X_3 &= 0 & Y_3 &= 0 \\ X_4 &= 0.6 + 10 = 10.6 \text{ cm} & Y_4 &= -(20 - 2.07) = -17.93 \text{ cm} \end{aligned}$$

د محاسبې د زیات د قیق والي لپاره د کاردینات محورو په خپله خوښه سره داسې ځای پر ځای کوو چې د محورو مبداء (0) په هغه ځای کې واقع شي چې د ټولې مقطعی د ثقل مرکز ته نژدې موقعیت ولري.

د  $X$  او  $Y$  حساب شوي کار دینات د جدول (3) او (4) قطارونو ته نقلوو او بیا د ترکیبي برخو ستاتیکي مومنتونه نسبت منل شوي کار دینات ته حسابوو:

$$S_x^{(i)} = A_i y_i \quad S_y^{(i)} = A_i X_i \quad \text{دوهم جدول:}$$

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
ترتیبی نمبر	$A_i$	$X_i$	$Y_i$	$S_x^{(i)}$	$S_y^{(i)}$	$X_i$	$Y_i$	کنترول $S_x^{(i)}$	$S_y^{(i)}$
1.	19.2	-	22.83	438	-264	12.36	18.81	361	-237
2.	23.5	-5.83	17.72	448	-147	-4.42	13.70	347	111.8
3.	48.0	0	0	0	0	1.406	-4.02	-193	67.5
4.	23.4	17.93	17.93	-420	248	12.00	-21.95	-514	281

$$\begin{array}{rcl}
 115,9 \text{cm}^2 & 466 \text{cm}^3 - 163 \text{cm}^3 & +708 \\
 & & -707 \\
 & & +1 \quad 0,3
 \end{array}$$

دغه لاسته راغلې نتیجې د پورتنی جدول (5) او (6) قطارونو ته نقلوو. د دغو قطارونو د قیمتونو د جمع کولو په نتیجه کې د ټولې مقطعي ستاتیکي مومنتونه نسبت  $X$  او  $Y$  محورونو ته حاصلوو:

$$S_x = 466 \text{Cm}^4$$

$$S_y = -163 \text{Cm}^4$$

د مقطعي د ثقل مرکز موقعیت ټاکو:

$$Y_c = \frac{S_x}{A} = \frac{466}{115,9} = 4,02 \text{cm} \rightarrow X_c = \frac{S_y}{A} = \frac{-163}{115,9} = -1,406 \text{cm}$$

د مقطعي د ثقل مرکز موقعیت د ټاکني نه وروسته د مرکز محورونو ( $XY$ ) په سیستم کې د ترکیب ایزو برخو د ثقل مرکزونو کار دینات پیدا کوو:

$$X_i = X_i - X_c$$

$$X_1 = -13.77 + 1.406 = -12.36 \text{Cm}$$

$$X_3 = 0 + 1.406 = 1.406 \text{Cm}$$

$$X_2 = -5.83 + 1.406 = -4.42 \text{Cm}$$

$$X_4 = 10.6 + 1.406 = 12,0 \text{Cm}$$

$$Y_i = Y_i - Y_c$$

$$Y_1 = 22.83 - 4.02 = 18,81 \text{cm}$$

$$Y_3 = 0 - 4.02 = -4.02 \text{cm}$$

$$Y_2 = 17.72 - 4.02 = 13.7 \text{cm}$$

$$Y_4 = 17.93 - 4.02 = -21.95 \text{cm}$$

دغه پورتنی قیمتونه د جدول (7) او (8) قطارونو ته نقلوو.

د مقطعي د ثقل مرکز د موقعيت ټاکنې کنترول:

د ترکیب یزو برخو ستاتیکي مومنتونه نسبت مرکزي محورونو XY ته ټاکو:

$$S_x(i) = A_i y_i; S_y(i) = A_i x_i;$$

دغه قیمتونه د جدول (10) او (9) قطارونو ته نقلوو او قطارونه په عمودي ډول یو د بل سره جمع کوو چې د دې په نتیجه کې د مقطعي ستاتیکي مومنتونه نسبت مرکزي محورونو ته په لاس راځي:

$$S_x = 708 - 707 = 1 \text{ Cm}^3; S_y = 348.5 - 348.8 = 0.3 \text{ Cm}^3$$

څرنګه چې د ستاتیکي مومنتونو مجموعه صفر نه ده نو ځکه د ثقل مرکز په ټاکنې کې محاسبه یزه اشتباه (تیروته) حسابوو:

$$\Delta S_x \% = \frac{1}{707} \cdot 100 = 0.141\% < 1\%$$

$$\Delta S_y \% = \frac{0.3}{348.5} \cdot 100 = 0.080\% < 1\% \quad \text{او}$$

(3) د  $I_y, I_x$  او انرشیا یزو مومنتونو ټاکنه:-

د مقطعي د  $I_x, I_y$  او  $I_{xy}$  محوري انرشیا یزه او د مرکز څخه تېښتېدونکي مومنتونه د لاندینيو فورمولونو په مرسته ټاکل کېږي.

$$I_x = \sum I_x^{(i)} = \sum (I_{xi}^{(i)} + A_i y_i^2)$$

$$I_y = \sum I_y^{(i)} = \sum (I_{yi}^{(i)} + A_i x_i^2)$$

$$I_{xy} = \sum I_{xy}^{(i)} = \sum (I_{xiyi}^{(i)} + A_i x_i y_i)$$

د دغو فورمولونو څخه د محاسبې ترتیب په لاس راځي. لومړی د جدول (11)، (14) او (17) قطارونو ته د مقطعي د ترکیب یزو برخو د انرشیا یزو مومنتونو خپل قیمتونه نقلوو او بیا د جدول (12)، (15) او (18) قطارونو ته د  $A_i x_i, A_i y_i$  او  $A_i x_i y_i$  قیمتونه چې د برخو د ذاتي مرکزي محورونو څخه د مقطعي مرکزي محورونو ته د دوران په نتیجه کې لاس ته راځي او د برخو د انرشیا یزو مومنتونو د زیاتوالي سبب کېږي نقلوو:

د جدول د (12) + (11) + (15) + (14) او (18) + (17) قطارونو مجموعه د ترکیب یزو برخو د محوري انرشیایزو مومنتونو او د مرکز څخه د تینتیدونکي مومنت د ټاکنې زمینه نسبت د مقطعي مرکزي محورونو ته برابر وي. دغه لاس ته راغلي قیمتونه د جدول (13). (16) او (19) قطارونو ته نقلوو. د دې قطارونو د قیمتونو د جمع کولو څخه محوري انرشیایزه او د مرکز څخه تینتیدونکي مومنتونه نسبت د مقطعي مرکزي محورونو ته پیدا کوو:

$$I_x = 30488 \text{ cm}^4, I_y = 10101 \text{ cm}^4, I_{xy} = 12737 \text{ cm}^4$$

د جدول ادامه:-

11	12	13	14	15	16	17	18	19
$I_{xi} (^{\circ})$	$A_{iyi}^2$	$I_x (^{\circ})$	$I_{yi} (^{\circ})$	$A_{ixi}^2$	$I_y (i)$	$I_{xyi} (^{\circ})$	$A_{xii}^3$	$I_{xy} (^{\circ})$
179	6793	6972	179	292.3 0	3949	-105	-4457	-4562
204	4749	4953	667	494	1161	-212	-1528	-1740
6400	776	7176	5.76	94.9	101	0	-271	-271
113	11274	11387	1520	3370	4890	0	-6164	-6164

4- د عمده انرشیایزو مومنتونو او عمده محورونو موقیعت ټاکنه:

عمده انرشیایزه مومنتونه په لاندې ډول حسابوو:

$$I_{1,2} = \frac{I_x + I_y}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{I_x - I_y}{2}\right)^2 + I_{xy}^2} = \frac{30488 + 10101}{2} \pm$$

$$\pm \sqrt{\left(\frac{30488 - 10101}{2}\right)^2 + 1273^2} = 20294.5 \pm 16313.8$$

$$I_1 = I_{\max} = 20294.5 + 16313.8 = 36608.2 \text{ cm}^4$$

$$I_2 = I_{\min} = 20294.5 - 16313.8 = 3980.7 \text{ cm}^4$$

د عمده محورونو د میلان زاويې ټاکو:

$$\text{tg} \alpha_2 = \frac{I_{xy}}{I_y - I_2} = \frac{-12737}{10101 - 3980.7} = -2.081; \alpha_2 =$$

$$-64^{\circ} 20' (115^{\circ} 40')$$

$$\text{tg} \alpha_1 = \frac{I_{xy}}{I_y - I_1} = \frac{-12737}{10101 - 36608.2} = 0.4805; \alpha_1 = 25^{\circ} 40'$$

$$\alpha_2 - \alpha_1 = 115^{\circ} 40' - 25^{\circ} 40' = 90^{\circ}$$

## کنترول:

که چیرې د کنترول نتیجه په لاس را نه شي نو لومړی باید غلطی (تیرونه) په ارتوکونالي (قایمه زاویه) شرایطو کې ولټول شي:

$$\text{Tg} \alpha_1, \text{tg} \alpha_2 = -1$$

پدې مثال کې لاندنۍ قیمت په لاس راځي:

$$\text{tg} \alpha_1, \text{tg} \alpha_2 = 0.4805 \times (-2.811) = -0.99997 \sim -1$$

د ارتوګه نالي شرایطو په نه رعایت سره غلطی باید د مربع ییزو جذرونو په قیمتونو کې ولټول شي چې د علامې څلورم قیمت باید درست وي.

۵: د عمده انرشیایزو شعاع ګانو ټاکنه:

$$i_1 = i_{\max} = \sqrt{\frac{I_{\max}}{A}} = \sqrt{\frac{36608}{115.9}} = 17.77 \text{ cm};$$

$$i_2 = i_{\min} = \sqrt{\frac{I_{\min}}{A}} = \sqrt{\frac{3980.7}{115.9}} = 5.86 \text{ cm};$$

۶- د محورونو دوزانیزو فورمولونو په مرسته د عمده

انرشیایزه موټنټ  $I_{\max}$  ټاکنه:

د  $\alpha$  زاویې په پیدا کولو سره د محورونو په دوران کې د فورمولونو په مرسته عمده انرشیایزه موټنټ پیدا کولای شو:

$$\alpha_1 = 25^\circ 40'; 2\alpha_1 = 51^\circ 20'; \sin 2\alpha_1 = 0.7808; \cos 2\alpha_1 = 0.6247;$$

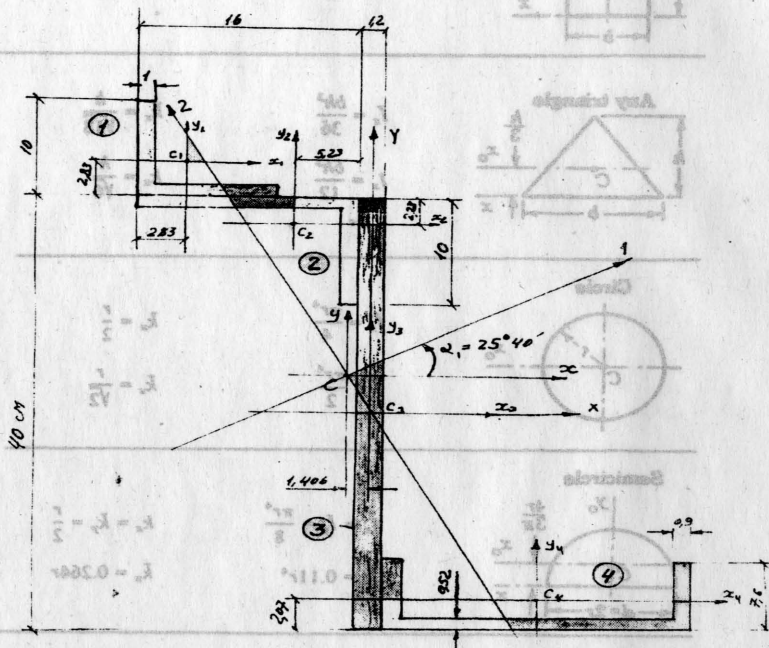
$$I_{\max} = \frac{I_x + I_y}{2} + \frac{I_x - I_y}{2} \cos 2\alpha_1 - I_{xy} \sin 2\alpha_1 = \frac{30488 + 10101}{2} + \frac{30488 - 10101}{2} \cdot 0.6247 - (-12737) \cdot 0.7808 = 36607 \text{ cm}^4$$

د  $I_{\max}$  اعظمي موټنټ قیمت په عملي ډول د پخوانۍ محاسبې سره مطابقت لري اوش د مرکز څخه تېښتیدونکي انرشیایي موټنټ ۲ - I نسبت عمده محورونو ته ټاکو:

$$I_{I2} = \frac{I_x - I_y}{2} \sin 2\alpha_1 + I_{xy} \cos 2\alpha_1 = \frac{30488 - 10101}{2} \cdot 0.7808 + (-12737) \cdot 0.6247 = 7959 - 7957 = 2 \neq 0;$$

پورتني محاسبه يوه کنتروليزه محاسبه ده چې د مرکز څخه نښتيدونکې انرشيایزه مومنت نسبت عمده محرونو ته حتمي صفر وي. په عملي ډول په محاسبه کې تل محاسبيزه (تيروتنه) وي چې په لاندې ډول محاسبه کېږي:

$$\Delta \% = \frac{2}{7997} \cdot 100 = 0,025 \% < 1\%$$



7- د عمده انرشيایزو مومنتونو گرافيکي ټاکنه:-

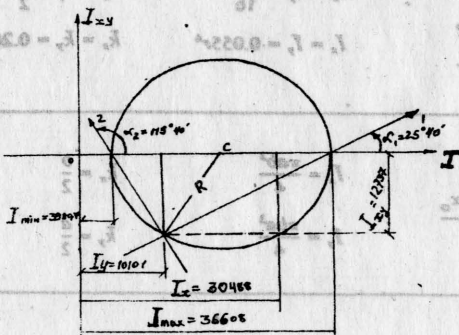


TABLE A.1 MOMENTS OF INERTIA FOR GEOMETRIC SHAPES

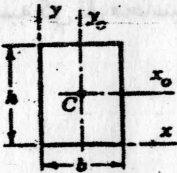


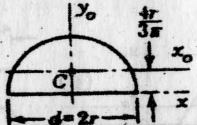


Shape	Moment of inertia	Radius of gyration
<b>Rectangle</b> 	$I_x = \frac{bh^3}{12}$ $I_x = \frac{bh^3}{3}$	$k_x = \frac{h}{\sqrt{12}}$ $k_x = \frac{h}{\sqrt{3}}$
<b>Any triangle</b> 	$I_x = \frac{bh^3}{36}$ $I_x = \frac{bh^3}{12}$	$k_x = \frac{h}{\sqrt{18}}$ $k_x = \frac{h}{\sqrt{6}}$
<b>Circle</b> 	$I_x = \frac{\pi r^4}{4}$ $J = \frac{\pi r^4}{2}$	$k_x = \frac{r}{2}$ $k_x = \frac{r}{\sqrt{2}}$
<b>Semicircle</b> 	$I_x = I_y = \frac{\pi r^4}{8}$ $I_x = 0.111r^4$	$k_x = k_y = \frac{r}{2}$ $k_x = 0.264r$
<b>Quarter circle</b> 	$I_x = I_y = \frac{\pi r^4}{16}$ $I_x = I_y = -0.055r^4$	$k_x = k_y = \frac{r}{2}$ $k_x = k_y = 0.264r$
<b>Ellipse</b> 	$I_x = \frac{\pi ab^3}{4}$ $I_y = \frac{\pi ba^3}{4}$	$k_x = \frac{b}{2}$ $k_y = \frac{a}{2}$



TABLE B-1 AVERAGE PHYSICAL PROPERTIES OF COMMON METALS: SI UNITS

Metal	Density (kg/m <sup>3</sup> )	Temp. coeff. of linear expansion [μm/m. °C)]	Proportional limit (MPa) <sup>a</sup>		Ultimate strength (MPa)		Modulus of elasticity (GPa) <sup>a</sup>		Percentage of elongation (in 50 mm)	
			Tension	Shear	Tension	Comp.	Shear	Tension, E		Shear, G
Steel, 0.2% carbon, hot rolled	7 850		240	150	410	*	310	200	80	35
0.2% carbon, cold rolled	7 850	Varies from 11.0 to 13.2 Average is 11.7	420	250	550	*	420	200	80	18
0.6% carbon, hot rolled	7 850		420	250	690	*	550	200	80	15
0.8% carbon, hot rolled	7 850		480	290	830	*	730	200	80	10
Gray cast iron	7 200	10.8	250	160	140	520	330	170	90	Slight
Malleable cast iron	7 200	11.9	210	130	370	*	240	190	70	18
Wrought iron	7 700	12.1	60	30	350	*	70	70	30	35
Aluminum, cast	2 650	23.1	220	150	90	*	220	71	30	20
Aluminum alloy 17ST	2 700	23.1			390	*				—
Brass, rolled (70% Cu, 30% Zn)	8 500	18.7	170	110	380	*	330	100	40	30
Bronze, cast	8 200	18.0	140		230	390	—	80	35	10
Copper, hard-drawn	8 800	16.8	260	160	380	*	—	120	40	4

\* The proportional limit and modulus of elasticity for compression may be assumed equal to these values for tension except for cast iron where proportional limit is approximately 180 MPa.

<sup>a</sup> The ultimate compressive strength for ductile materials may be taken as the yield point, which is slightly greater than the proportional limit in tension.

<sup>c</sup> Not well defined; approximately 40 MPa.

<sup>d</sup> Cast iron fails by diagonal tension.

**TABLE B-1 (Continued) AVERAGE PHYSICAL PROPERTIES OF COMMON METALS: U.S. CUSTOMARY UNITS**

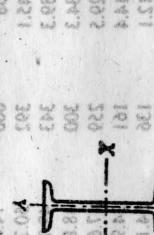
Material	Weight, (lb./ft.)	Temp. coeff. of linear expansion [ $\mu\text{in./in.}^\circ\text{F.}$ ]	Proportional limit (ksi) <sup>a</sup>		Ultimate strength (ksi)		Modulus of elasticity (psi) <sup>a</sup>		Percentage of elongation (in 2 in.)
			Tension	Shear	Tension	Comp.	Tension, E	Shear, G	
Steel, 0.2% carbon hot rolled	490		35	21	60	45	29 $\times 10^6$	12 $\times 10^6$	35
Vitreous 0.2% carbon cold rolled	490	Varies from 6.1 to 7.3	60	36	80	60	29 $\times 10^6$	12 $\times 10^6$	18
Aluminum 0.6% carbon hot rolled	490	Average is 6.5	60	36	100	80	29 $\times 10^6$	12 $\times 10^6$	15
Gray cast iron hot rolled	490		70	42	120	105	29 $\times 10^6$	12 $\times 10^6$	10
Malleable cast iron	450	6.6	40	24	20	75	15 $\times 10^6$	6 $\times 10^6$	Slight
Wrought iron	450	6.6	36	23	54	48	25 $\times 10^6$	12.5 $\times 10^6$	18
Aluminum, cast	480	6.7	30	18	50	35	27 $\times 10^6$	10 $\times 10^6$	35
Aluminum alloy 17ST	165	12.8	9	5	13	10.5	10 $\times 10^6$	4 $\times 10^6$	20
Aluminum alloy 17ST Brass, rolled (70% Cu, 30% Zn)	168	12.8	32	21	56	42	10.3 $\times 10^6$	4 $\times 10^6$	—
Brass, cast	530	10.4	25	15	55	48	14 $\times 10^6$	6 $\times 10^6$	30
Brass, cast (upper, hand-drawn	510	10.4	20	12	33	56	12 $\times 10^6$	5 $\times 10^6$	10
Brass, cast (upper, hand-drawn	550	9.3	38	23	55	—	17 $\times 10^6$	6 $\times 10^6$	4

\* The proportional limit and modulus of elasticity for compression may be assumed to equal these values for tension except for cast iron where proportional limit = 36 ksi.

<sup>a</sup> The ultimate compressive strength for ductile materials may be taken as the yield point, which is slightly greater than the proportional limit in tension.

<sup>d</sup>Cast iron fails by diagonal tension.

**TABLE B-2 PROPERTIES OF WIDE-FLANGE SECTIONS (W SHAPES): SI UNITS**

TABLE B-2 PROPERTIES OF WIDE-FLANGE SECTIONS (W SHAPES): SI UNITS														
Designation	Mass (kg/m)	Area (mm <sup>2</sup> )	Depth (mm)	Width (mm)	Flange Thickness (mm)	Web Thickness (mm)	$I$ (10 <sup>6</sup> mm <sup>4</sup> )	$S = \frac{I}{c}$ (10 <sup>3</sup> mm <sup>3</sup> )	$r = \sqrt{\frac{I}{A}}$ (mm)	$I$ (10 <sup>6</sup> mm <sup>4</sup> )	$S = \frac{I}{c}$ (10 <sup>3</sup> mm <sup>3</sup> )	$r = \sqrt{\frac{I}{A}}$ (mm)		
W920 X446	447.2	57 000	933	423	42.7	24.0	8 470	18 200	385	540	2 550	297.3		
X417	418.1	53 300	928	422	39.9	22.5	7 880	17 000	385	501	2 370	279.3		
X387	387.0	49 300	921	420	36.6	21.3	7 180	15 600	382	453	2 160	265.9		
X365	364.6	46 400	916	419	34.3	20.3	6 710	14 600	380	421	2 010	251.3		
X342	342.4	43 600	912	418	32.0	19.3	6 250	13 700	379	390	1 870	246.6		
X313	312.7	39 800	912	309	34.5	21.1	5 480	11 800	371	170	1 100	165.4		
X289	288.6	36 800	927	308	32.0	19.4	5 040	10 900	370	156	1 020	151.1		
X271	271.7	34 600	923	307	30.0	18.4	4 720	10 200	369	145	946	141.7		
X253	253.7	32 300	919	306	27.9	17.3	4 370	9 520	368	134	874	131.1		
X238	238.3	30 400	915	305	25.9	16.5	4 060	8 880	365	123	806	121.2		
X223	224.2	28 600	911	304	23.9	15.9	3 770	8 270	363	112	738	111.7		
X201	201.3	25 600	903	304	20.1	15.2	3 250	7 200	356	94.4	621	101.1		
W840 X339	339.4	45 800	868	403	35.6	21.1	5 910	13 600	359	389	1 930	292.2		
X319	329.4	42 000	862	401	32.4	19.7	5 350	12 400	357	349	1 740	271.2		
X299	299.3	38 100	855	400	29.2	18.2	4 790	11 200	355	312	1 560	246.5		
X226	226.6	28 900	851	294	26.8	16.1	3 400	7 990	343	114	774	101.1		

X210	210.8	26 800	846	293	24.4	15.4	3 110	7 340	341	103	700	62.0
X193	193.5	24 700	840	292	21.7	14.7	2 780	6 530	335	90.3	618	60.5
X176	176.0	22 400	835	292	18.8	14.0	2 460	5 900	331	78.2	536	59.1
W760 X314	314.4	40 100	786	384	33.4	19.7	4 270	10 900	326	316	1 640	88.8
X284	283.9	36 200	779	382	30.1	18.0	3 810	9 790	324	280	1 470	87.9
X257	257.6	32 800	773	381	27.1	16.6	3 420	8 840	323	250	1 310	87.3
X196	196.8	25 100	770	268	25.4	15.6	2 400	6 240	309	81.7	610	57.1
X185	184.8	23 500	766	267	23.6	14.9	2 230	5 820	308	75.1	563	56.5
X173	173.6	22 100	762	267	21.6	14.4	2 060	5 400	305	68.7	515	55.8
X161	160.4	20 400	758	266	19.3	13.8	1 860	4 900	302	60.7	457	54.5
X147	147.1	18 700	753	265	17.0	13.2	1 660	4 410	298	52.9	399	53.2
W690 X265	264.5	33 700	706	358	30.2	18.4	2 900	8 220	293	231	1 290	82.8
X240	239.9	30 600	701	356	27.4	16.8	2 610	7 450	292	206	1 160	82.0
X217	217.8	27 700	695	355	24.8	15.4	2 340	6 740	291	185	1 040	81.7
X170	169.9	21 600	693	256	23.6	14.5	1 700	4 910	281	66.2	517	55.4
X152	152.1	19 400	688	254	21.1	13.1	1 510	4 380	279	57.8	455	54.6
X140	139.8	17 800	684	254	18.9	12.4	1 360	3 980	276	51.7	407	53.9
X125	125.6	16 000	678	253	16.5	11.7	1 190	3 500	273	44.1	349	52.5
W610 X241	241.7	30 800	635	359	31.0	17.9	2 150	6 780	264	184	1 120	77.3
X217	217.9	27 800	628	358	27.7	16.5	1 910	6 070	262	163	995	76.6
X195	195.6	24 900	622	357	24.4	15.4	1 680	5 400	260	142	871	75.5
X174	174.3	22 200	616	355	21.6	14.0	1 470	4 780	257	124	761	74.7
X155	154.9	19 700	611	324	19.0	12.7	1 290	4 220	256	108	666	74.0
X140	140.1	17 900	617	230	22.2	13.1	1 120	3 630	250	45.1	392	50.2
X125	125.1	15 900	612	229	19.6	11.9	985	3 220	249	39.3	343	49.7
X113	113.4	14 400	608	228	17.3	11.2	875	2 880	247	34.3	300	48.8
X101	101.7	13 000	603	228	14.9	10.5	764	2 530	242	30.5	259	47.6
X92	92.3	11 800	603	179	15.0	10.9	646	2 140	234	14.4	161	34.9
X82	81.9	10 400	599	178	12.8	10.0	560	1 870	232	12.1	136	34.1

(continues)

TABLE B-2 PROPERTIES OF WIDE-FLANGE SECTIONS (W SHAPES): SI UNITS (Continued)

Designation	Theoretical mass (kg/m)	Area (mm <sup>2</sup> )	Depth (mm)	Flange		Web thickness (mm)	Axis X-X				Axis Y-Y			
				Width (mm)	Thickness (mm)		$I$ (10 <sup>9</sup> mm <sup>4</sup> )	$S = \frac{I}{c}$ (10 <sup>6</sup> mm <sup>3</sup> )	$r = \sqrt{I/A}$ (mm)	$I$ (10 <sup>9</sup> mm <sup>4</sup> )	$S = \frac{I}{c}$ (10 <sup>6</sup> mm <sup>3</sup> )	$r = \sqrt{I/A}$ (mm)		
W530 X219	218.9	27 900	560	318	29.2	18.3	1 510	5 390	233	157	986	75.0		
X196	196.5	25 000	554	316	26.3	16.5	1 340	4 840	232	139	877	74.6		
X182	181.7	23 100	551	315	24.4	15.2	1 240	4 480	232	127	808	74.1		
X165	165.3	21 100	546	313	22.2	14.0	1 110	4 060	229	114	726	73.5		
X150	150.6	19 200	543	312	20.3	12.7	1 010	3 710	229	103	659	73.2		
X138	138.3	17 600	549	214	23.6	14.7	861	3 140	221	38.7	362	46.9		
X123	123.2	15 700	544	212	21.2	13.1	761	2 800	220	33.8	319	46.4		
X109	109.0	13 900	539	211	18.8	11.6	667	2 480	219	29.5	280	46.1		
X101	101.4	12 900	537	210	17.4	10.9	617	2 300	219	26.9	256	45.7		
X92	92.5	11 800	533	209	15.6	10.2	552	2 070	216	23.8	228	44.9		
X82*	82.4	10 500	528	209	13.3	9.5	479	1 810	214	20.3	194	44.0		
X85	84.7	10 800	535	166	16.5	10.3	485	1 810	212	12.6	152	34.2		
X74	74.7	9 520	529	166	13.6	9.7	411	1 550	208	10.4	125	33.1		
X66	65.7	8 370	525	165	11.4	8.9	351	1 340	205	8.57	104	32.0		
W460 X177	177.3	22 600	482	286	26.9	16.6	910	3 780	201	105	735	68.2		
X158	157.7	20 100	476	284	23.9	15.0	796	3 350	199	91.4	643	67.4		
X144	144.6	18 400	472	283	22.1	13.6	726	3 080	199	83.6	591	67.4		
X128	128.4	16 400	467	282	19.6	12.2	637	2 730	197	73.3	520	66.9		
X113	113.1	14 400	463	280	17.3	10.8	556	2 400	196	63.3	452	66.3		
X106	105.8	13 500	469	194	20.6	12.6	488	2 080	190	25.1	259	43.1		
X97	96.6	12 300	466	193	19.0	11.4	445	1 910	190	22.8	237	43.1		
X89	89.3	11 400	463	192	17.7	10.5	410	1 770	190	20.9	218	42.8		
X82	81.9	10 400	460	191	16.0	9.9	370	1 610	189	18.6	195	42.3		
X74	74.2	9 450	457	190	14.5	9.0	333	1 460	188	16.6	175	41.9		
X67*	68.1	8 680	454	190	12.7	8.5	300	1 320	186	14.6	153	41.0		
X61*	60.9	7 760	450	189	10.8	8.1	259	1 150	183	12.2	129	39.7		

TABLE B-5 PROPERTIES OF WIDE-FLANGE SECTIONS (A SHAPES) IN POUNDS (Continued)

X68	68.5	8 730	459	154	15.4	9.1	297	1 290	184	9.41	122	32.8
X60	59.6	7 590	455	153	13.3	8.0	255	1 120	183	7.96	104	32.4
X52	52.0	6 630	450	152	10.8	7.6	212	943	179	6.34	83.4	30.9
W410 X149	149.3	19 000	431	265	25.0	14.9	619	2 870	180	77.7	586	63.9
X132	132.1	16 800	425	263	22.2	13.3	538	2 530	179	67.4	512	63.3
X114	114.5	14 600	420	261	19.3	11.6	462	2 200	178	57.2	439	62.6
X100	99.6	12 700	415	260	16.9	10.0	398	1 920	177	48.5	381	62.4
X85	85.0	10 800	417	181	18.2	10.9	315	1 510	171	40.3	199	40.8
X74	74.9	9 550	413	180	16.0	9.7	275	1 330	170	35.6	173	40.4
X67	67.5	8 600	410	179	14.4	8.8	246	1 200	169	31.8	154	40.1
X62	59.5	7 580	407	178	12.8	7.7	216	1 060	169	27.0	135	39.8
X54	53.4	6 810	403	177	10.9	7.5	186	924	165	22.0	114	38.5
X46	46.2	5 890	403	140	11.2	7.0	156	773	163	18.3	73.4	29.5
X39	39.2	4 990	399	140	8.8	6.4	127	634	160	14.0	57.7	28.5
W360 X1086	1 087.9	139 000	569	454	125	78.0	5 960	20 900	207	1 960	8 650	119
X990	991.0	126 000	550	448	115	71.9	5 190	18 900	203	1 730	7 740	117
X900	902.2	115 000	531	442	106	65.9	4 500	17 000	198	1 530	6 940	115
X818	819.0	104 000	514	437	97.0	60.5	3 920	15 300	194	1 360	6 200	114
X744	744.3	94 800	498	432	88.9	55.6	3 420	13 700	190	1 200	5 550	113
X677	677.8	86 300	483	428	81.5	51.2	2 990	12 400	186	1 070	4 990	111
X634	634.3	80 800	474	424	77.1	47.6	2 740	11 600	184	983	4 630	110
X592	592.6	75 500	465	421	72.3	45.0	2 500	10 800	182	902	4 280	109
X551	550.6	70 100	455	418	67.6	42.0	2 260	9 940	180	825	3 980	108
X509	509.5	64 900	446	416	62.7	39.1	2 050	9 170	178	754	3 630	108
W360 X463	462.8	59 000	435	412	57.4	35.8	1 800	8 280	175	670	3 250	107
X421	421.7	53 700	425	409	52.6	32.8	1 600	7 510	173	601	2 940	106
X382	382.4	48 700	416	406	48.0	29.8	1 410	6 790	170	536	2 640	105
X347	347.0	44 200	407	404	43.7	27.2	1 250	6 140	168	481	2 380	104
X314	313.4	39 900	399	401	39.6	24.9	1 100	5 530	166	426	2 120	103
X287	287.6	36 600	393	399	36.6	22.6	997	5 070	165	388	1 940	103

(continues)



TABLE B-2 PROPERTIES OF WIDE-FLANGE SECTIONS (W SHAPES): SI UNITS (Continued)

Designation	Theoretical mass (kg/m)	Area (mm <sup>2</sup> )	Depth (mm)	Flange			Web thickness (mm)	Axis X-X			Axis Y-Y		
				Width (mm)	Thickness (mm)	Thickness (mm)		$I$ (10 <sup>8</sup> mm <sup>4</sup> )	$S = \frac{I}{c}$ (10 <sup>6</sup> mm <sup>3</sup> )	$r = \sqrt{I/A}$ (mm)	$I$ (10 <sup>8</sup> mm <sup>4</sup> )	$S = \frac{I}{c}$ (10 <sup>6</sup> mm <sup>3</sup> )	$r = \sqrt{I/A}$ (mm)
W360 X262	262.7	33 500	387	398	13.3	21.1	894	4 620	163	350	1 760	102	
X237	236.3	30 100	380	395	13.0	18.9	788	4 150	162	310	1 570	101	
X216	216.3	27 600	375	394	12.7	17.3	712	3 790	161	283	1 430	101	
X196	196.5	25 000	372	374	12.6	16.4	636	3 420	159	229	1 220	95.7	
X179	179.2	22 800	368	373	12.3	15.0	575	3 120	159	207	1 110	95.3	
X162	162.0	20 600	364	371	12.1	13.3	516	2 830	158	186	1 000	95.0	
X147	147.5	18 800	360	370	11.8	12.3	463	2 570	157	167	904	94.2	
X134	134.0	17 100	356	369	11.6	11.2	415	2 330	156	151	817	94.0	
X122	121.7	15 500	363	257	11.7	13.0	365	2 010	153	151	715	93.1	
X110	110.2	14 000	360	256	11.9	11.4	331	1 840	154	155	630	93.0	
X101	101.2	12 900	357	255	18.3	10.5	302	1 690	153	150	557	92.6	
X91	90.8	11 600	353	254	16.4	9.5	267	1 510	152	144.8	498	92.1	
X79	79.3	10 100	354	205	16.8	8.9	227	1 280	150	124.2	426	91.8	
X72	71.5	9 110	350	204	15.1	8.6	201	1 150	149	121.4	410	91.5	
X64	63.9	8 140	347	203	13.5	7.7	178	1 030	148	118.8	388	91.2	
X57	56.7	7 220	358	172	13.1	7.2	161	897	149	111.1	351	90.8	
X51	50.6	6 450	355	171	11.6	7.2	141	796	148	105.8	319	90.4	
X45	45.0	5 730	352	171	9.8	6.9	122	691	146	101.8	287	90.0	
X39	39.1	4 980	353	128	10.7	6.5	102	580	143	93.7	258	89.6	
X33	32.8	4 170	349	127	8.5	5.8	82.7	474	141	82.9	224	89.2	

(Continued)

W310	500.4	63 700	427	340	75.1	45.1	1 690	7 910	163	494	2 910	88.1
X454	454.0	57 800	415	336	68.7	41.3	1 480	7 130	160	436	2 600	86.9
X415	415.1	52 900	403	334	62.7	38.9	1 300	6 450	157	391	2 340	86.0
X375	374.3	47 700	391	330	57.1	35.4	1 130	5 760	154	343	2 080	84.8
X342	343.3	43 700	374	328	52.6	32.6	1 010	5 260	152	310	1 890	84.2
X313	313.3	39 900	362	325	48.3	30.0	896	4 790	150	277	1 700	83.3
X283	283.0	36 000	365	322	44.1	26.9	787	4 310	148	246	1 530	82.7
X253	252.9	32 200	356	319	39.6	24.4	682	3 830	146	215	1 350	81.7
X226	226.8	28 900	348	317	35.6	22.1	596	3 420	144	189	1 190	80.9
X202	202.6	25 800	341	315	31.8	20.1	520	3 050	142	166	1 050	80.2
X179	178.8	22 800	333	313	28.1	18.0	445	2 680	140	144	919	79.5
X158	157.4	20 100	327	310	25.1	15.5	386	2 360	139	125	805	78.9
X143	143.1	18 200	323	309	22.9	14.0	348	2 150	138	113	729	78.8
X129	129.6	16 500	318	308	20.6	13.1	308	1 940	137	100	652	77.8
X118	117.5	15 000	314	307	18.7	11.9	275	1 750	135	90.2	588	77.5
X107	106.9	13 600	311	306	17.0	10.9	248	1 590	135	81.2	531	77.3
X97	96.8	12 300	308	305	15.4	9.9	222	1 440	134	72.9	478	77.0
X86	86.4	11 000	310	254	16.3	8.8	199	1 280	135	44.5	351	63.6
X79	78.9	10 100	306	254	14.6	8.8	177	1 160	132	39.9	314	62.9
X74	74.5	9 490	310	205	16.3	9.4	165	1 060	132	23.4	229	49.7
X67	66.8	8 510	306	204	14.6	8.5	145	949	131	20.7	203	49.3
X60	59.6	7 590	303	203	13.1	7.5	129	849	130	18.3	180	49.1
X52	52.3	6 670	317	167	13.2	7.6	118	747	133	10.3	123	39.3
X45	44.6	5 690	313	166	11.2	6.6	99.2	634	132	8.55	103	38.8
W310	38.7	4 940	310	165	9.7	5.8	85.1	549	131	7.27	88.1	38.4
X33	32.8	4 180	313	102	10.8	6.6	65.0	415	125	1.92	37.6	21.4
X28	28.4	3 610	309	102	8.9	6.0	54.3	351	123	1.58	31.0	20.9
X24	23.8	3 040	305	101	6.7	5.6	42.7	280	119	1.16	22.9	19.5
X21	21.1	2 690	303	101	5.7	5.1	37.0	244	117	0.963	19.5	19.1

(continues)



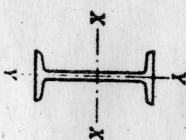
TABLE B-2 PROPERTIES OF WIDE-FLANGE SECTIONS (W SHAPES): SI UNITS (Continued)

Designation	Theoretical mass (kg/m)	Area (mm <sup>2</sup> )	Depth (mm)	Flange		Web Thickness (mm)	Axis X-X				Axis Y-Y			
				Width (mm)	Thickness (mm)		$I$ (10 <sup>6</sup> mm <sup>4</sup> )	$S = \frac{I}{c}$ (10 <sup>3</sup> mm <sup>3</sup> )	$r = \sqrt{I/A}$ (mm)	$I$ (10 <sup>6</sup> mm <sup>4</sup> )	$S = \frac{I}{c}$ (10 <sup>3</sup> mm <sup>3</sup> )	$r = \sqrt{I/A}$ (mm)		
W250 ×167	167.4	21 300	289	265	31.8	19.2	300	2 080	119	98.8	746	68.1		
×149	148.9	19 000	282	263	28.4	17.3	259	1 840	117	86.2	656	67.4		
×131	131.1	16 700	275	261	25.1	15.4	221	1 610	115	74.5	571	66.8		
×115	114.8	14 600	269	259	22.1	13.5	189	1 410	114	64.1	495	66.3		
×101	101.2	12 900	264	257	19.6	11.9	164	1 240	113	55.5	432	65.6		
×89	89.6	11 400	260	256	17.3	10.7	143	1 100	112	48.4	378	65.2		
×80	80.1	10 200	256	255	15.6	9.4	126	982	111	43.1	338	65.0		
×73	72.9	9 280	253	254	14.2	8.6	113	891	110	38.8	306	64.7		
×67	67.1	8 550	257	250	15.7	8.9	104	806	110	22.2	218	51.0		
×58	58.2	7 420	252	253	13.5	8.0	87.3	693	108	18.8	186	50.3		
×49	49.0	6 250	247	252	11.0	7.4	70.6	572	106	15.1	150	49.2		
×45	44.9	5 720	266	148	13.0	7.6	71.1	534	111	7.03	95.1	35.1		
×39	38.7	4 920	262	147	11.2	6.6	60.1	459	111	5.94	80.8	34.7		
×33	32.7	4 170	258	146	9.1	6.1	48.9	379	108	4.73	64.7	33.7		
×28	28.5	3 630	260	102	10.0	6.4	40.0	307	105	1.78	34.8	22.1		
×25	25.3	3 230	257	102	8.4	6.1	34.2	266	103	1.49	29.2	21.5		
×22	22.4	2 850	254	102	6.9	5.8	28.9	227	101	1.23	24.0	20.8		
×18	17.9	2 270	251	101	5.3	4.8	22.4	179	99.3	0.913	18.1	20.1		
W200 ×100	99.5	12 700	229	210	23.7	14.5	113	989	94.3	36.6	349	53.7		
×86	86.7	11 100	222	209	20.6	13.0	94.7	853	92.4	31.4	300	53.2		
×71	71.5	9 110	216	206	17.4	10.2	76.6	709	91.7	25.4	246	52.8		
×59	59.4	7 560	210	205	14.2	9.1	61.1	582	89.9	20.4	199	51.9		
×52	52.3	5 660	206	204	12.6	7.9	52.7	512	89.0	17.8	175	51.7		
×46	46.0	5 860	203	203	11.0	7.2	45.5	448	88.1	15.3	151	51.1		
×42	41.7	5 310	205	166	11.8	7.2	40.9	399	87.7	9.00	108	41.2		
×36	35.9	4 580	201	165	10.2	6.2	34.4	342	86.7	7.64	92.6	40.8		

TABLE B-5 PROPERTIES OF WIDE-FLANGE SECTIONS (IN SHAPES) 21 UNITS (Continued)

Designation	Weight (lb/ft)	Area (in <sup>2</sup> )	Depth (in)	Flange		Web	V <sub>x</sub> X-X		V <sub>y</sub> Y-Y	
				Width (in)	Thickness (in)		(in <sup>4</sup> ) I <sub>x</sub>	(in <sup>4</sup> ) I <sub>y</sub>	(in <sup>4</sup> ) I <sub>x</sub>	(in <sup>4</sup> ) I <sub>y</sub>
W31	31.4	4.000	210	134	10.2	6.4	31.4	299	88.6	4.10
W27	26.6	3.390	207	133	8.4	5.8	25.8	249	87.2	3.30
W22	22.4	2.860	206	102	8.0	16.2	20.0	194	83.6	1.42
W19	19.4	2.480	203	102	6.5	5.8	16.6	165	81.8	1.15
W15	15.0	1.900	200	100	5.2	4.3	12.7	127	81.8	0.869
W150 X37	37.1	4.730	162	154	11.6	18.1	22.2	274	68.5	3.07
W100 X30	29.8	3.790	157	153	9.3	6.6	17.2	219	67.4	2.56
W22	22.3	2.850	152	152	6.6	5.8	12.1	159	65.2	3.87
W24	24.0	3.060	160	102	10.3	6.6	13.4	168	66.2	1.83
W18	18.0	2.290	153	102	7.1	5.8	9.16	120	63.2	1.26
W14	13.6	1.730	150	100	5.5	4.3	6.87	91.5	63.0	0.918
W130 X28	28.1	3.580	131	128	10.9	6.9	10.9	167	55.2	3.81
W24	23.6	3.010	127	127	9.1	6.1	8.80	139	54.1	3.11
W100 X19	19.4	2.470	106	103	8.8	7.1	4.76	89.9	43.9	1.61
* Produced exclusively by Algoma Steel (Canada).										
W30	35.3	4.330	353	303	13.2	9.0	83.3	693	108	18.8
W24	27.1	3.230	353	304	12.3	8.6	104	808	110	18.8
W20	23.6	2.880	353	304	14.5	8.2	113	881	110	18.8
W16	19.1	2.500	353	304	12.9	8.2	138	885	111	18.8
W12	15.1	2.100	350	349	13.3	10.3	143	1100	115	18.8
W10	11.1	1.700	354	353	10.9	11.6	164	1360	113	18.8
W8	8.8	1.400	354	353	10.9	11.6	180	1410	114	18.8
W6	6.6	1.100	352	351	12.4	12.4	231	1490	112	18.8
W4	4.4	0.800	353	353	12.4	12.4	350	1490	113	18.8
W2	2.2	0.400	353	352	11.8	11.3	300	1500	110	18.8

TABLE B-3 PROPERTIES OF I-BEAM SECTIONS (S SHAPES): SI UNITS



Designation	Theoretical mass (kg/m)	Area (mm <sup>2</sup> )	Depth (mm)	Flange		Web thickness (mm)	Axis X-X				Axis Y-Y			
				Width (mm)	Thickness (mm)		$I$ (10 <sup>8</sup> mm <sup>4</sup> )	$S = \frac{I}{c}$ (10 <sup>3</sup> mm <sup>3</sup> )	$r = \sqrt{I/A}$ (mm)	$I$ (10 <sup>8</sup> mm <sup>4</sup> )	$S = \frac{I}{c}$ (10 <sup>3</sup> mm <sup>3</sup> )	$r = \sqrt{I/A}$ (mm)		
S610 × 180	180.0	22 900	622	204	27.7	20.3	1 310	4 220	239	34.7	340	38.9		
× 158	157.8	20 100	622	200	27.7	15.7	1 220	3 940	246	32.4	324	40.1		
212 × 149	148.7	18 900	610	184	22.1	18.9	996	3 270	230	20.1	218	32.6		
× 134	134.4	17 100	610	181	22.1	15.9	939	3 080	234	18.9	209	33.2		
2100 × 119	119.1	15 200	610	178	22.1	12.7	879	2 880	240	17.9	201	34.3		
S510 × 143	143.3	18 300	516	183	23.4	20.3	702	2 720	196	21.1	231	34.0		
× 128	128.9	16 400	516	179	23.4	16.8	660	2 560	201	19.6	219	34.6		
2130 × 112	111.4	14 200	508	162	20.2	16.1	532	2 090	194	12.5	155	29.7		
× 98.2	98.4	12 500	508	159	20.2	12.8	497	1 960	199	11.7	148	30.6		
S410 × 104	104.7	13 300	457	159	17.6	18.1	387	1 690	171	10.3	129	27.8		
× 81.4	81.6	10 400	457	152	17.6	11.7	335	1 470	179	8.77	115	29.0		
S380 × 74	74.6	9 500	381	143	15.8	14.0	203	1 060	146	6.60	92.3	26.4		
× 64	63.9	8 150	381	140	15.8	10.4	187	980	161	6.11	87.3	27.4		
S310 × 74	74.4	9 470	305	139	16.7	17.4	127	833	116	6.60	94.9	26.4		
× 60.7	60.6	7 730	305	133	16.7	11.7	113	744	121	5.67	85.3	27.1		
2130 × 52	52.2	6 650	305	129	13.8	10.9	95.8	629	120	4.16	64.5	25.0		
× 47	47.4	6 040	305	127	13.8	8.9	91.1	597	123	3.94	62.1	25.5		

S250 x52	32.3	6 060	254	126	12.5	15.1	61.6	485	96.2	3.56	56.5	23.1
x38	37.8	4 820	254	118	12.5	7.9	51.4	405	103	2.84	48.2	24.3
S200 x34	34.3	4 370	203	106	10.8	11.2	27.0	266	78.6	1.81	34.2	20.4
x27	27.5	3 500	203	102	10.8	6.9	24.0	237	82.8	1.59	31.1	21.3
S180 x30	29.9	3 800	178	98	10.0	11.4	17.8	200	68.4	1.34	27.3	18.8
x22.8	22.9	2 910	178	93	10.0	6.4	15.4	173	72.7	1.12	24.0	19.6
S150 x26	25.7	3 270	152	91	9.1	11.8	10.9	144	57.7	0.981	21.6	17.3
x19	18.6	2 370	152	85	9.1	5.9	9.19	121	62.3	0.776	18.2	18.1
S130 x22	21.9	2 790	127	83	8.3	12.5	6.33	99.6	47.6	0.690	16.6	15.7
x15	14.8	1 890	127	76	8.3	5.4	5.12	80.6	52.0	0.508	13.4	16.4
S100 x14.1	14.2	1 800	102	71	7.4	8.3	2.85	55.8	39.8	0.376	10.6	14.5
x11	11.4	1 450	102	68	7.4	4.8	2.55	50.1	41.9	0.324	9.52	14.9
S75 x11	11.2	1 430	76	64	6.6	8.9	1.22	32.0	29.2	0.249	7.77	13.2
x8	8.4	1 070	76	59	6.6	4.3	1.04	27.4	31.2	0.190	6.43	13.3

TABLE 8-5 PROPERTIES OF I-BEAM SECTIONS IN PART 8 OF AISC





TABLE B-4 PROPERTIES OF CHANNEL SECTIONS: SI UNITS

Designation	Theoretical mass (kg/m)	Area (mm <sup>2</sup> )	Depth (mm)	Flange		Web thickness (mm)	Axis X-X						Axis Y-Y			
				Width (mm)	Thickness (mm)		$I$ (10 <sup>6</sup> mm <sup>4</sup> )	$S = \frac{I}{c}$ (10 <sup>3</sup> mm <sup>3</sup> )	$r = \sqrt{I/A}$ (mm)	$I$ (10 <sup>6</sup> mm <sup>4</sup> )	$\frac{I}{c} = \frac{I}{S}$ (10 <sup>3</sup> mm <sup>3</sup> )	$r = \sqrt{I/A}$ (mm)	$I$ (10 <sup>6</sup> mm <sup>4</sup> )	$\frac{I}{c} = \frac{I}{S}$ (10 <sup>3</sup> mm <sup>3</sup> )	$r = \sqrt{I/A}$ (mm)	$x$ (mm)
C380 X74	74.4	9 480	381	94	16.5	18.2	168	881	133	4 60	62.4	22.0	20.3	20.3	20.3	20.3
X60	59.4	7 570	381	89	16.5	13.2	145	760	138	3.84	55.5	22.5	19.7	19.7	19.7	19.7
X50	50.5	6 430	381	86	16.5	10.2	131	687	143	3.39	51.4	23.0	20.0	20.0	20.0	20.0
C310 X45	44.7	5 690	305	80	12.7	13.0	67.3	442	109	2.12	33.6	19.3	17.0	17.0	17.0	17.0
X37	37.1	4 720	305	77	12.7	9.8	59.9	393	113	1.85	30.9	19.8	17.1	17.1	17.1	17.1
X31	30.8	3 920	305	74	12.7	7.2	53.5	351	117	1.59	28.2	20.1	17.5	17.5	17.5	17.5
C250 X45	44.5	5 670	254	76	11.1	17.1	42.8	337	86.9	1.60	26.8	16.8	16.3	16.3	16.3	16.3
X37	37.3	4 750	254	73	11.1	13.4	37.9	299	89.3	1.40	24.3	17.2	15.7	15.7	15.7	15.7
X30	29.6	3 780	254	69	11.1	9.6	32.7	257	93.0	1.16	21.5	17.5	15.3	15.3	15.3	15.3
X23	22.6	2 880	254	65	11.1	6.1	27.8	219	98.2	0.922	18.8	17.9	15.9	15.9	15.9	15.9
C230 X30	29.8	3 800	229	67	10.5	11.4	25.5	222	81.9	1.01	19.3	16.3	14.8	14.8	14.8	14.8
X22	22.3	2 840	229	63	10.5	7.2	21.3	186	86.6	0.806	16.8	16.8	14.9	14.9	14.9	14.9
X20	19.8	2 530	229	61	10.5	5.9	19.8	173	88.5	0.716	15.6	16.8	15.1	15.1	15.1	15.1
C200 X28	27.9	3 560	203	64	9.9	12.4	18.2	180	71.5	0.825	16.6	15.2	14.4	14.4	14.4	14.4
X21	20.4	2 600	203	59	9.9	7.7	14.9	147	75.7	0.627	13.9	15.5	14.0	14.0	14.0	14.0
X17	17.0	2 170	203	57	9.9	5.6	13.5	133	78.9	0.544	12.8	15.8	14.5	14.5	14.5	14.5



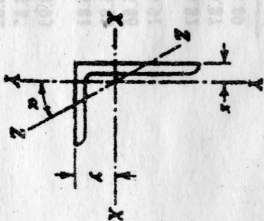
TABLE B-4 PROPERTIES OF CHANNEL SECTIONS: SI UNITS

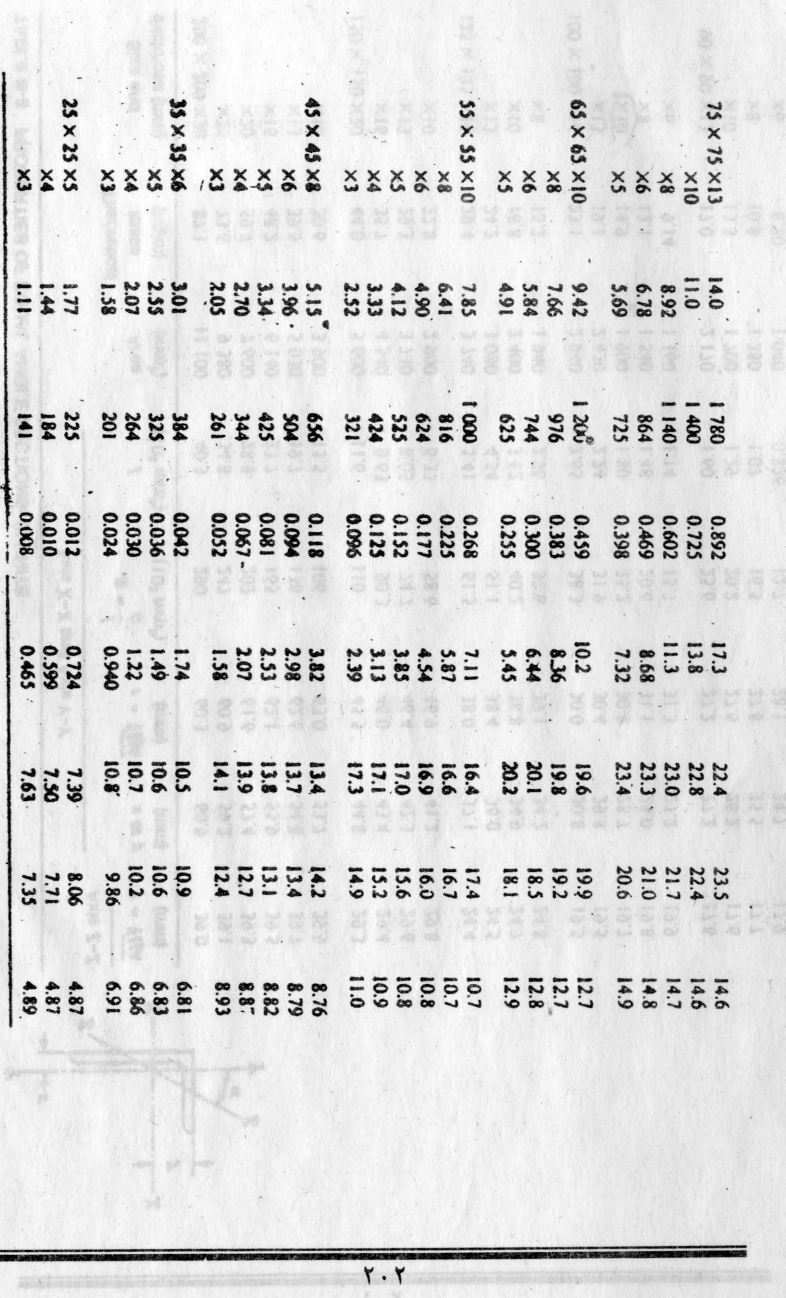
Designation	Theoretical area	Area	Depth	Web width	Flange thickness	Web thickness	Axis X-X				Axis Y-Y			
							$I_x$ (mm <sup>4</sup> )	$I_y$ (mm <sup>4</sup> )	$I_{xy}$ (mm <sup>4</sup> )	$r_x$ (mm)	$r_y$ (mm)	$r_{xy}$ (mm)	$r_{xy}$ (mm)	$r_{xy}$ (mm)
C180 x22 C300 x18 x15	21.9 18.2 14.5	2 780 2 310 1 850	178 178 178	58 55 53	9.3 9.3 9.3	10.6 8.0 5.3	11.30 10.0 8.86	121 113 99.6	63.8 65.6 69.2	0.568 0.476 0.405	12.8 11.4 10.3	14.3 14.4 14.8	13.5 13.2 13.8	14.2
C150 x19 C300 x16 x12	19.2 13.5 12.1	2 450 1 980 1 540	152 152 152	54 51 48	8.7 8.7 8.7	11.1 8.0 5.1	7.12 6.22 5.36	93.7 81.9 70.6	53.9 56.0 59.0	0.425 0.351 0.279	10.3 9.13 7.93	13.2 13.3 13.5	12.9 12.8 12.8	12.9
C130 x17 C300 x13 x10	17.2 13.3 9.9	2 190 1 700 1 260	127 127 127	52 47 44	8.1 8.1 8.1	12.0 8.3 4.8	4.36 3.66 3.09	68.7 57.6 48.6	44.0 46.4 49.5	0.346 0.252 0.195	8.85 7.20 6.14	12.6 12.2 12.4	12.9 11.9 12.2	12.9
C100 x11 C300 x9 x8	10.8 9.4 8.0	1 370 1 190 1 020	102 102 102	43 42 40	7.5 7.5 7.5	8.2 6.3 4.7	1.91 1.77 1.61	37.4 34.6 31.6	37.3 38.6 39.7	0.174 0.158 0.132	5.52 5.18 4.65	11.3 11.5 11.4	11.5 11.6 11.6	11.5
C75 x9 C300 x7 x6	8.8 7.3 6.0	1 120 930 760	76 76 76	40 37 35	6.9 6.9 6.9	9.0 6.6 4.3	0.85 0.75 0.67	22.3 19.7 17.6	27.5 28.3 29.6	0.123 0.096 0.070	4.31 3.67 3.21	10.5 10.5 10.1	11.4 10.8 10.9	11.4



TABLE B-8 PROPERTIES OF EQUAL ANGLE SECTIONS: SI UNITS

Size and thickness (mm)	Theoretical mass (kg/m)	Area (mm <sup>2</sup> )	Axis X-X and Axis Y-Y					Axis Z-Z	
			$I$ (10 <sup>8</sup> mm <sup>4</sup> )	$S = \frac{I}{c}$ (10 <sup>3</sup> mm <sup>3</sup> )	$r = \sqrt{I/A}$ (mm)	$x$ or $y$ (mm)	$r = \sqrt{I/A}$ (mm)	$\alpha$	$\beta$
200 × 200 × 30	87.1	11 100	40.3	290	60.3	60.9	39.0		
×25	73.6	9 380	34.8	247	60.9	59.2	39.1		
×20	59.7	7 600	28.8	202	61.6	57.4	39.3		
×16	48.2	6 140	23.7	165	62.1	55.9	39.5		
×13	39.5	5 030	19.7	136	62.6	54.8	39.7		
×10	30.6	3 900	15.5	106	63.0	53.7	39.9		
150 × 150 × 20	44.0	5 600	11.6	110	45.5	44.8	29.3		
×16	35.7	4 540	9.63	90.3	46.0	43.4	29.4		
×13	29.3	3 730	8.05	74.7	46.4	42.3	29.6		
×10	22.8	2 900	6.37	58.6	46.9	41.2	29.8		
125 × 125 × 16	29.4	3 740	5.41	61.5	38.0	37.1	24.4		
×13	24.2	3 080	4.54	51.1	38.4	36.0	24.5		
×10	18.8	2 400	3.62	40.2	38.8	34.9	24.7		
×8	15.2	1 940	2.96	32.6	39.1	34.2	24.8		
100 × 100 × 16	23.1	2 940	2.65	38.3	30.0	30.8	19.5		
×13	19.1	2 430	2.24	31.9	30.4	29.8	19.5		
×10	14.9	1 900	1.80	25.2	30.8	28.7	19.7		
×8	12.1	1 540	1.48	20.6	31.1	28.0	19.8		
90 × 90 × 13	9.14	1 160	1.14	15.7	31.3	27.2	19.9		
×10	7.0	900	0.90	12.7	27.2	27.2	17.6		
×8	5.5	700	0.70	10.2	27.6	26.2	17.6		
×6	4.0	510	0.51	8.2	27.8	25.5	17.7		
×4	2.5	320	0.32	5.1	28.1	24.7	17.9		



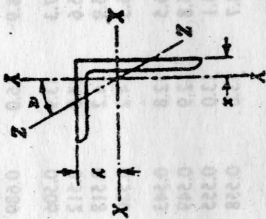


75 x 75 x 13		14.0	1.780	0.892	17.3	22.4	23.5	14.6
x10		11.0	1.400	0.725	13.8	22.8	22.4	14.6
x8		8.92	1.140	0.602	11.3	23.0	21.7	14.7
x6		6.78	864	0.469	8.68	23.3	21.0	14.8
x5		5.69	725	0.398	7.32	23.4	20.6	14.9
65 x 65 x 10		9.42	1.200	0.459	10.2	19.6	19.9	12.7
x8		7.66	976	0.383	8.36	19.8	19.2	12.7
x6		5.84	744	0.300	6.44	20.1	18.5	12.8
x5		4.91	625	0.255	5.45	20.2	18.1	12.9
55 x 55 x 10		7.85	1.000	0.268	7.11	16.4	17.4	10.7
x8		6.41	816	0.225	5.87	16.6	16.7	10.7
x6		4.90	624	0.177	4.54	16.9	16.0	10.8
x5		4.12	525	0.152	3.85	17.0	15.6	10.8
x4		3.33	424	0.125	3.13	17.1	15.2	10.9
x3		2.52	321	0.096	2.39	17.3	14.9	11.0
45 x 45 x 8		5.15	656	0.118	3.82	13.4	14.2	8.76
x6		3.96	504	0.094	2.98	13.7	13.4	8.79
x5		3.34	425	0.081	2.53	13.8	13.1	8.82
x4		2.70	344	0.067	2.07	13.9	12.7	8.87
x3		2.05	261	0.052	1.58	14.1	12.4	8.93
35 x 35 x 6		3.01	384	0.042	1.74	10.5	10.9	6.81
x5		2.55	325	0.036	1.49	10.6	10.6	6.83
x4		2.07	264	0.030	1.22	10.7	10.2	6.86
x3		1.58	201	0.024	0.940	10.8	9.86	6.91
25 x 25 x 5		1.77	225	0.012	0.724	7.39	8.06	4.87
x4		1.44	184	0.010	0.599	7.50	7.71	4.87
x3		1.11	141	0.008	0.465	7.63	7.35	4.89



TABLE B-6 PROPERTIES OF UNEQUAL ANGLE SECTIONS: SI UNITS

Size and thickness (mm)	Theoretical mass (kg/m)	Area (mm <sup>2</sup> )	Axis X-X					Axis Y-Y					Axis Z-Z		
			$I$ (10 <sup>6</sup> mm <sup>4</sup> )	$S = \frac{I}{c}$ (10 <sup>3</sup> mm <sup>3</sup> )	$r = \sqrt{I/A}$ (mm)	$y$ (mm)	$I$ (10 <sup>6</sup> mm <sup>4</sup> )	$S = \frac{I}{c}$ (10 <sup>3</sup> mm <sup>3</sup> )	$r = \sqrt{I/A}$ (mm)	$x$ (mm)	$r = \sqrt{I/A}$ (mm)	$\tan \alpha$			
200 × 150 × 25	63.8	8 120	31.6	236	62.3	66.3	15.1	139	43.2	41.3	32.0	0.543			
× 20	51.8	6 600	26.2	193	63.0	64.5	12.7	115	43.8	39.5	32.1	0.549			
× 16	42.0	5 340	21.6	158	63.5	63.1	10.5	93.8	44.3	38.1	32.3	0.554			
× 13	34.4	4 380	17.9	130	64.0	62.0	8.77	77.6	44.7	37.0	32.5	0.557			
200 × 100 × 20	44.0	5 600	22.6	180	63.6	74.3	3.84	50.8	26.2	24.3	21.3	0.256			
× 16	35.7	4 540	18.7	147	64.2	72.8	3.22	41.8	26.6	22.8	21.4	0.262			
× 13	29.3	3 730	15.6	121	64.6	71.7	2.72	34.7	27.0	21.7	21.6	0.266			
× 10	22.8	2 900	12.3	94.8	65.1	70.5	2.18	27.4	27.4	20.5	21.8	0.271			
150 × 100 × 16	29.4	3 740	8.40	84.8	47.4	50.9	3.00	40.4	28.3	25.9	21.6	0.434			
× 13	24.2	3 080	7.03	70.2	47.8	49.9	2.53	33.7	28.7	24.9	21.7	0.440			
× 10	18.8	2 400	5.58	55.1	48.2	48.8	2.03	26.6	29.1	23.8	21.9	0.445			
× 8	15.2	1 940	4.55	44.6	48.5	48.0	1.67	21.6	29.3	23.0	22.0	0.448			
125 × 90 × 16	25.0	3 180	4.84	58.5	39.0	42.2	2.09	32.0	25.6	24.7	19.2	0.499			
× 13	20.6	2 630	4.07	48.6	39.4	41.2	1.77	26.7	26.0	23.7	19.3	0.505			



100 × 90 × 13	18.1	2 300	2.17	31.4	30.7	31.1	1.66	25.9	26.8	26.1	18.4	0.796
× 10	14.1	1 800	1.74	24.9	31.1	30.0	1.33	20.5	27.2	25.0	18.5	0.800
× 8	11.4	1 460	1.43	20.3	31.4	29.3	1.10	16.8	27.5	24.3	18.6	0.802
× 6	8.67	1 100	1.11	15.5	31.7	28.5	0.851	12.8	27.8	23.5	18.7	0.805
100 × 75 × 13	16.5	2 110	2.04	30.6	31.1	33.4	0.976	18.0	21.5	20.9	16.0	0.541
× 10	13.0	1 650	1.64	24.2	31.5	32.3	0.791	14.3	21.9	19.8	16.1	0.549
× 8	10.5	1 340	1.35	19.7	31.8	31.5	0.656	11.7	22.2	19.0	16.2	0.554
× 6	7.96	1 010	1.04	15.1	32.1	30.8	0.511	9.01	22.4	18.3	16.3	0.559
90 × 75 × 13	15.5	1 980	1.51	24.8	27.6	29.3	0.946	17.8	21.9	21.8	15.6	0.672
× 10	12.2	1 550	1.22	19.7	28.0	28.2	0.767	14.1	22.2	20.7	15.7	0.679
× 8	9.86	1 260	1.01	16.1	28.3	27.5	0.636	11.6	22.5	20.0	15.8	0.683
× 6	7.49	954	0.779	12.3	28.6	26.8	0.495	8.89	22.8	19.3	15.9	0.687
× 5	6.28	800	0.660	10.4	28.7	26.4	0.421	7.50	22.9	18.9	16.0	0.689
90 × 65 × 10	11.4	1 450	1.16	19.2	28.3	29.8	0.507	10.6	18.7	17.3	13.9	0.506
× 8	9.23	1 180	0.958	15.7	28.5	29.1	0.422	8.72	18.9	16.6	14.0	0.512
× 6	7.02	894	0.743	12.1	28.8	28.4	0.330	6.72	19.2	15.9	14.2	0.518
× 5	5.89	750	0.629	10.2	29.0	28.0	0.281	5.68	19.4	15.5	14.2	0.520
80 × 60 × 10	10.2	1 300	0.808	15.1	24.9	26.5	0.388	8.92	17.3	16.5	12.8	0.543
× 8	8.29	1 060	0.670	12.4	25.2	25.8	0.324	7.33	17.5	15.8	12.9	0.549
× 6	6.31	804	0.522	9.50	25.5	25.1	0.254	5.66	17.8	15.1	13.0	0.555
× 5	5.30	675	0.443	8.02	25.6	24.7	0.217	4.79	17.9	14.7	13.0	0.558

(continues)

TABLE B-4 PROPERTIES OF UNEQUAL ANGLE SECTIONS: SI UNITS (Continued)

Size and thickness (mm)	Theoretical mass (kg/m)	Area (mm <sup>2</sup> )	Axis X-X					Axis Y-Y					Axis Z-Z	
			$I$ (10 <sup>6</sup> mm <sup>4</sup> )	$S = \frac{I}{c}$ (10 <sup>3</sup> mm <sup>3</sup> )	$r = \sqrt{I/A}$ (mm)	$y$ (mm)	$I$ (10 <sup>6</sup> mm <sup>4</sup> )	$S = \frac{I}{c}$ (10 <sup>3</sup> mm <sup>3</sup> )	$r = \sqrt{I/A}$ (mm)	$x$ (mm)	$r = \sqrt{I/A}$ (mm)	$\tan \alpha$		
70 × 50 × 8	7.35	936	0.525	10.6	23.7	25.5	0.187	5.06	14.1	13.0	10.8	0.434		
×6	5.60	714	0.410	8.15	24.0	24.7	0.148	3.92	14.4	12.2	10.9	0.441		
×5	4.71	600	0.349	6.88	24.1	24.4	0.127	3.32	14.5	11.9	10.9	0.445		
65 × 50 × 8	6.72	856	0.351	8.03	20.2	21.3	0.180	4.97	14.5	13.8	10.6	0.572		
×6	5.13	654	0.275	6.19	20.5	20.6	0.142	3.85	14.7	13.1	10.7	0.580		
×5	4.32	550	0.235	5.24	20.7	20.2	0.122	3.27	14.9	12.7	10.8	0.583		
×4	3.49	444	0.192	4.25	20.8	19.9	0.100	2.66	15.0	12.4	10.8	0.587		
55 × 35 × 6	3.96	504	0.152	4.23	17.4	19.0	0.048	1.85	9.77	9.04	7.55	0.396		
×5	3.34	425	0.130	3.59	17.5	18.7	0.041	1.58	9.89	8.68	7.59	0.401		
×4	2.70	344	0.107	2.92	17.7	18.3	0.034	1.29	10.0	8.31	7.65	0.406		
×3	2.05	261	0.083	2.23	17.8	17.9	0.027	0.994	10.2	7.94	7.72	0.411		
45 × 30 × 6	3.25	414	0.082	2.79	14.0	15.7	0.029	1.32	8.35	8.22	6.44	0.426		
×5	2.75	350	0.070	2.37	14.2	15.4	0.025	1.13	8.46	7.86	6.47	0.433		
×4	2.23	284	0.058	1.94	14.3	15.0	0.021	0.930	8.58	7.49	6.51	0.439		
×3	1.70	216	0.045	1.49	14.5	14.6	0.016	0.717	8.72	7.12	6.57	0.445		

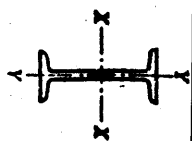


TABLE B-7 PROPERTIES OF WIDE-FLANGE SECTIONS (W SHAPES); U.S. CUSTOMARY UNITS

Designation	Area (in. <sup>2</sup> )	Depth (in.)	Web thickness (in.)	Flange		Axis X-X			Axis Y-Y		
				Width (in.)	Thickness (in.)	$I$ (in. <sup>4</sup> )	$S = \frac{I}{c}$ (in. <sup>3</sup> )	$r = \sqrt{I/A}$ (in.)	$I$ (in. <sup>4</sup> )	$S = \frac{I}{c}$ (in. <sup>3</sup> )	$r = \sqrt{I/A}$ (in.)
W36 X300	88.3	36.74	0.945	16.635	1.680	20 300	1 110	15.2	1 300	156	3.83
X280	82.4	36.52	0.885	16.595	1.570	18 900	1 030	15.1	1 200	144	3.81
X260	76.5	36.26	0.840	16.550	1.440	17 300	953	15.0	1 090	132	3.78
X245	72.1	36.08	0.800	16.510	1.350	16 100	895	15.0	1 010	123	3.75
X230	67.6	35.90	0.760	16.470	1.260	15 000	837	14.9	940	114	3.73
W36 X210	61.8	36.69	0.830	12.180	1.360	13 200	719	14.6	411	67.5	2.58
X194	57.0	36.49	0.765	12.115	1.260	12 100	664	14.6	375	61.9	2.56
X182	53.6	36.33	0.725	12.075	1.180	11 300	623	14.5	347	57.6	2.55
X170	50.0	36.17	0.680	12.030	1.100	10 500	580	14.5	320	53.2	2.53
X160	47.0	36.01	0.650	12.000	1.020	9 750	542	14.4	295	49.1	2.50
X150	44.2	35.85	0.625	11.975	0.940	9 040	504	14.3	270	45.1	2.47
X135	39.7	35.55	0.600	11.950	0.790	7 900	439	14.0	225	37.7	2.38
W33 X241	70.9	34.18	0.830	15.860	1.400	14 200	829	14.1	932	118	3.63
X221	65.0	33.93	0.775	15.805	1.275	12 800	757	14.1	840	106	3.59
X201	59.1	33.68	0.715	15.745	1.150	11 500	684	14.0	749	95.2	3.56

(continues)

TABLE B-7 PROPERTIES OF WIDE-FLANGE

IONS (W SHAPES); U.S. CUSTOMARY UNITS (Continued)

Designation	Area (in. <sup>2</sup> )	Depth (in.)	Web thickness (in.)	Flange		Axis X-X				Axis Y-Y			
				Width (in.)	Thickness (in.)	I (in. <sup>4</sup> )	$S = \frac{I}{c}$ (in. <sup>3</sup> )	$r = \sqrt{I/A}$ (in.)	J (in. <sup>4</sup> )	$S = \frac{I}{c}$ (in. <sup>3</sup> )	$r = \sqrt{I/A}$ (in.)	J (in. <sup>4</sup> )	$S = \frac{I}{c}$ (in. <sup>3</sup> )
W33 X152	44.7	33.49	0.635	11.565	1.055	8 160	487	13.5	273	47.2	2.47		
X141	41.6	33.30	0.605	11.535	0.960	7 450	448	13.4	246	42.7	2.43		
X130	38.3	33.09	0.580	11.510	0.855	6 710	406	13.2	218	37.9	2.39		
X118	34.7	32.86	0.550	11.480	0.740	5 900	359	13.0	187	32.6	2.32		
W30 X211	62.0	30.94	0.775	15.105	1.315	10 300	663	12.9	757	100	3.49		
X191	56.1	30.68	0.710	15.040	1.185	9 170	598	12.8	673	89.5	3.46		
X173	50.8	30.44	0.655	14.985	1.065	8 200	539	12.7	598	79.8	3.43		
W30 X132	38.9	30.31	0.615	10.545	1.000	5 770	380	12.2	196	37.2	2.25		
X124	36.5	30.17	0.585	10.515	0.930	5 360	355	12.1	181	34.4	2.23		
X116	34.2	30.01	0.565	10.495	0.850	4 930	329	12.0	164	31.3	2.19		
X108	31.7	29.83	0.545	10.475	0.760	4 470	299	11.9	146	27.9	2.15		
X99	29.1	29.65	0.520	10.450	0.670	3 990	269	11.7	128	24.5	2.10		
W27 X178	52.3	27.81	0.725	14.085	1.190	6 990	502	11.6	555	78.8	3.26		
X161	47.4	27.59	0.660	14.020	1.080	6 280	455	11.5	497	70.9	3.24		
X146	42.9	27.38	0.605	13.965	0.975	5 630	411	11.4	443	63.5	3.21		
W27 X114	33.5	27.29	0.570	10.070	0.930	4 090	299	11.0	159	31.5	2.18		
X102	30.0	27.09	0.515	10.015	0.830	3 620	267	11.0	139	27.8	2.15		
X94	27.7	26.92	0.490	9.990	0.745	3 270	243	10.9	124	24.8	2.12		
X84	24.8	26.71	0.460	9.960	0.640	2 850	213	10.7	106	21.2	2.07		
W24 X162	47.7	25.00	0.705	12.955	1.220	5 170	414	10.4	443	68.4	3.05		
X146	43.0	24.74	0.650	12.900	1.090	4 580	371	10.3	391	60.5	3.01		
X131	38.5	24.48	0.605	12.855	0.960	4 020	329	10.2	340	53.0	2.97		
X117	34.4	24.26	0.550	12.800	0.850	3 540	291	10.1	297	46.5	2.94		
X104	30.6	24.06	0.500	12.750	0.750	3 100	258	10.1	259	40.7	2.91		

W24 X94	27.7	24.31	0.515	9.065	0.875	2 700	222	9.87	109	24.0	1.98
X84	24.7	24.10	0.470	9.020	0.770	2 370	196	9.79	94.4	20.9	1.95
X76	22.4	23.92	0.440	8.990	0.680	2 100	176	9.69	82.5	18.4	1.92
X68	20.1	23.73	0.415	8.965	0.585	1 830	154	9.55	70.4	15.7	1.87
W24 X62	18.2	23.74	0.430	7.040	0.590	1 550	131	9.23	34.5	9.80	1.38
X55	16.2	23.57	0.395	7.005	0.505	1 350	114	9.11	29.1	8.30	1.34
W21 X147	43.2	22.06	0.720	12.510	1.150	3 630	329	9.17	376	60.1	2.95
X132	38.8	21.83	0.650	12.440	1.035	3 220	295	9.12	333	53.5	2.93
X122	35.9	21.68	0.600	12.390	0.960	2 960	273	9.09	305	49.2	2.92
X111	32.7	21.51	0.550	12.340	0.875	2 670	249	9.05	274	44.5	2.90
X101	29.8	21.36	0.500	12.290	0.800	2 420	227	9.02	248	40.3	2.89
W21 X93	27.3	21.62	0.580	8.420	0.930	2 070	192	8.70	92.9	22.1	1.84
X83	24.3	21.43	0.515	8.355	0.835	1 830	171	8.67	81.4	19.5	1.83
X73	21.5	21.24	0.455	8.295	0.740	1 600	151	8.64	70.6	17.0	1.81
X68	20.0	21.13	0.430	8.270	0.685	1 480	140	8.60	64.7	15.7	1.80
X62	18.3	20.99	0.400	8.240	0.615	1 330	127	8.54	57.5	13.9	1.77
W21 X57	16.7	21.06	0.405	6.555	0.650	1 170	111	8.36	30.6	9.35	1.35
X50	14.7	20.83	0.380	6.530	0.535	984	94.5	8.18	24.9	7.64	1.30
X44	13.9	20.66	0.350	6.500	0.450	843	81.6	8.06	20.7	6.36	1.26
W18 X119	35.1	18.97	0.655	11.265	1.060	2 190	231	7.90	253	44.9	2.69
X106	31.1	18.73	0.590	11.200	0.940	1 910	204	7.84	220	39.4	2.66
X97	28.5	18.59	0.535	11.145	0.870	1 750	188	7.82	201	36.1	2.65
X86	25.3	18.39	0.480	11.090	0.770	1 530	166	7.77	175	31.6	2.63
X76	22.3	18.21	0.425	11.035	0.680	1 330	146	7.73	152	27.6	2.61
W18 X71	20.8	18.47	0.495	7.635	0.810	1 170	127	7.50	60.3	15.8	1.70
X65	19.1	18.35	0.450	7.590	0.750	1 070	117	7.49	54.8	14.4	1.69
X60	17.6	18.24	0.415	7.555	0.695	984	108	7.47	50.1	13.3	1.69
X55	16.2	18.11	0.390	7.530	0.630	890	98.3	7.41	44.9	11.9	1.67
X50	14.7	17.99	0.355	7.495	0.570	800	88.9	7.38	40.1	10.7	1.65

(continues)

TABLE B-7 PROPERTIES OF WIDE-FLANGE SECTIONS (W SHAPES): U.S. CUSTOMARY UNITS (Continued)

Designation	Area (in. <sup>2</sup> )	Depth (in.)	Web thickness (in.)	Flange		Axis X-X				Axis Y-Y			
				Width (in.)	Thickness (in.)	I (in. <sup>4</sup> )	$S = \frac{I}{c}$ (in. <sup>3</sup> )	$r = \sqrt{I/A}$ (in.)	I (in. <sup>4</sup> )	$S = \frac{I}{c}$ (in. <sup>3</sup> )	$r = \sqrt{I/A}$ (in.)	I (in. <sup>4</sup> )	$S = \frac{I}{c}$ (in. <sup>3</sup> )
W18 X46	13.5	18.06	0.360	6.060	0.605	712	78.8	7.25	22.5	7.43	1.29		
X40	11.8	17.90	0.315	6.015	0.525	612	68.4	7.21	19.1	6.35	1.27		
X35	10.3	17.70	0.300	6.000	0.425	510	57.6	7.04	15.3	5.12	1.22		
W16 X100	29.4	16.97	0.585	10.425	0.985	1490	175	7.10	186	35.7	2.51		
X89	26.2	16.75	0.525	10.365	0.875	1300	155	7.05	163	31.4	2.49		
X77	22.6	16.52	0.455	10.295	0.760	1110	134	7.00	138	26.9	2.47		
X67	19.7	16.33	0.395	10.235	0.665	954	117	6.96	119	23.2	2.46		
W16 X57	16.8	16.43	0.430	7.120	0.715	758	92.2	6.72	43.1	12.1	1.60		
X50	14.7	16.26	0.380	7.070	0.630	659	81.0	6.68	37.2	10.5	1.59		
X45	13.3	16.13	0.345	7.035	0.565	586	72.7	6.65	32.8	9.34	1.57		
X40	11.8	16.01	0.305	6.995	0.505	518	64.7	6.63	28.9	8.25	1.57		
X36	10.6	15.86	0.295	6.985	0.430	448	56.5	6.51	24.5	7.00	1.52		
W16 X31	9.12	15.88	0.275	5.525	0.440	375	47.2	6.41	12.4	4.49	1.17		
X26	7.68	15.69	0.250	5.500	0.345	301	38.4	6.26	9.59	3.49	1.12		
W14 X730	215.0	22.42	3.070	17.890	4.910	14300	1280	8.17	4720	527	4.69		
X665	196.0	21.64	2.930	17.650	4.520	12400	1150	7.98	4170	472	4.62		
X605	178.0	20.92	2.595	17.415	4.160	10800	1040	7.80	3680	423	4.55		
X550	162.0	20.24	2.380	17.200	3.820	9430	931	7.63	3250	378	4.49		
X500	147.0	19.60	2.190	17.010	3.500	8210	838	7.48	2880	339	4.43		
X455	134.0	19.02	2.015	16.835	3.210	7190	756	7.33	2560	304	4.38		
W14 X426	125.0	18.67	1.875	16.695	3.035	6600	707	7.26	2360	283	4.34		
X398	117.0	18.29	1.770	16.590	2.845	6000	656	7.16	2170	262	4.31		

X370	109.0	17.92	1.555	16.475	2.660	5.440	607	7.07	1.990	241	4.27
X342	101.0	17.54	1.540	16.360	2.470	4.900	559	6.96	1.810	221	4.24
W14X311	91.4	17.12	1.410	16.230	2.260	4.330	506	6.88	1.610	197	4.20
X283	83.3	16.74	1.290	16.110	2.070	3.840	459	6.79	1.440	179	4.17
X257	75.6	16.38	1.175	15.995	1.890	3.400	415	6.71	1.290	161	4.13
X233	68.5	16.04	1.070	15.890	1.720	3.010	375	6.63	1.150	145	4.10
X211	62.0	15.72	0.980	15.800	1.560	2.660	338	6.55	1.030	130	4.07
X193	56.8	15.48	0.890	15.710	1.440	2.400	310	6.50	931	119	4.05
X176	51.8	15.22	0.830	15.650	1.310	2.140	281	6.43	838	107	4.02
X159	46.7	14.98	0.745	15.565	1.190	1.900	254	6.38	748	96.2	4.00
X145	42.7	14.78	0.680	15.500	1.090	1.710	232	6.33	677	87.3	3.98
W14 X132	38.8	14.66	0.645	14.725	1.030	1.530	209	6.28	548	74.5	3.76
X120	35.3	14.48	0.590	14.670	0.940	1.380	190	6.24	495	67.5	3.74
X109	32.0	14.32	0.525	14.605	0.860	1.240	173	6.22	447	61.2	3.73
X99	29.1	14.16	0.485	14.565	0.780	1.110	157	6.17	402	55.2	3.71
X90	26.5	14.02	0.440	14.520	0.710	999	143	6.14	362	49.9	3.70
W14 X82	24.1	14.31	0.510	10.130	0.855	882	123	6.05	148	29.3	2.48
X74	21.8	14.17	0.450	10.070	0.785	796	112	6.04	134	26.6	2.48
X68	20.0	14.04	0.415	10.035	0.720	723	103	6.01	121	24.2	2.46
X61	17.9	13.89	0.375	9.995	0.645	640	92.2	5.98	107	21.5	2.45
W14 X53	15.6	13.92	0.370	8.060	0.660	541	77.8	5.89	57.7	14.3	1.92
X48	14.1	13.79	0.340	8.030	0.595	485	70.3	5.85	51.4	12.8	1.91
X43	12.5	13.66	0.305	7.995	0.530	428	62.7	5.82	45.2	11.3	1.89
W14 X38	11.2	14.10	0.310	6.770	0.515	385	54.6	5.87	26.7	7.88	1.55
X34	10.0	13.98	0.285	6.745	0.455	340	48.6	5.83	23.3	6.91	1.53
X30	8.85	13.84	0.270	6.730	0.385	291	42.0	5.73	19.6	5.82	1.49
W14 X26	7.69	13.91	0.255	5.025	0.420	245	35.3	5.65	8.91	3.54	1.08
X22	6.49	13.74	0.230	5.000	0.335	199	29.0	5.54	7.00	2.80	1.04

(continue)



TABLE B-7 PROPERTIES OF WIDE-FLANGE SECTIONS (W SHAPES): U. S. CUSTOMARY UNITS (Continued)

Designation	Area (in. <sup>2</sup> )	Depth (in.)	Web thickness (in.)	Flange		Axis X-X				Axis Y-Y			
				Width (in.)	Thickness (in.)	I (in. <sup>4</sup> )	S = $\frac{I}{c}$ (in. <sup>3</sup> )	r = $\sqrt{\frac{I}{A}}$ (in.)	I (in. <sup>4</sup> )	S = $\frac{I}{c}$ (in. <sup>3</sup> )	r = $\sqrt{\frac{I}{A}}$ (in.)		
W12 X36	98.8	16.82	1.775	13.385	2.955	4060	483	6.41	1190	177	3.47		
X305	89.6	16.32	1.625	13.235	2.795	3550	435	6.29	1050	159	3.42		
X279	81.9	15.85	1.530	13.140	2.470	3110	393	6.16	937	143	3.38		
X252	74.1	15.41	1.395	13.005	2.250	2720	353	6.06	828	127	3.34		
X230	67.7	15.05	1.285	12.895	2.070	2420	321	5.97	742	115	3.31		
X210	61.8	14.71	1.180	12.790	1.900	2140	292	5.89	664	104	3.28		
X190	55.8	14.38	1.060	12.670	1.735	1890	263	5.82	589	93.0	3.25		
X170	50.0	14.03	0.960	12.570	1.560	1650	235	5.74	517	82.3	3.22		
X152	44.7	13.71	0.870	12.480	1.400	1430	209	5.66	454	72.8	3.19		
X136	39.9	13.41	0.780	12.400	1.250	1240	186	5.58	398	64.2	3.16		
X120	35.3	13.12	0.710	12.320	1.108	1070	163	5.51	345	56.0	3.13		
X106	31.2	12.89	0.610	12.220	0.990	933	145	5.47	301	49.3	3.11		
X96	28.2	12.71	0.550	12.160	0.900	833	131	5.44	270	44.4	3.09		
X87	25.6	12.53	0.515	12.125	0.810	740	118	5.38	241	39.7	3.07		
X79	23.2	12.38	0.470	12.080	0.735	662	107	5.34	216	35.8	3.05		
X72	21.1	12.25	0.430	12.040	0.670	597	97.4	5.31	195	32.4	3.04		
X65	19.1	12.12	0.390	12.000	0.605	533	87.9	5.28	174	29.1	3.02		
W12 X58	17.0	12.19	0.360	10.010	0.640	475	78.0	5.28	107	21.4	2.51		
X53	15.6	12.06	0.345	9.995	0.575	425	70.6	5.23	95.8	19.2	2.48		
W12 X50	14.7	12.19	0.370	8.080	0.640	394	64.7	5.18	56.3	13.9	1.96		
X45	13.2	12.06	0.335	8.045	0.575	350	58.1	5.15	50.0	12.4	1.94		
X40	11.8	11.94	0.295	8.005	0.515	310	51.9	5.13	44.1	11.0	1.93		
W12 X35	10.3	12.50	0.300	6.560	0.580	285	45.6	5.25	24.5	7.47	1.54		
X30	8.79	12.34	0.260	6.520	0.440	238	38.6	5.21	20.3	6.24	1.52		
X26	7.65	12.22	0.230	6.490	0.380	204	33.4	5.17	17.3	5.34	1.51		

W12 X22	6.48	12.31	0.260	4.030	0.425	156	25.4	4.91	4.66	2.31	0.847
X19	5.57	12.16	0.235	4.005	0.350	130	21.3	4.82	3.76	1.88	0.822
X16	4.71	11.99	0.220	3.990	0.265	103	17.1	4.67	2.82	1.41	0.773
X14	4.16	11.91	0.200	3.970	0.225	88.6	14.9	4.62	2.36	1.19	0.753
W10 X12	32.9	11.36	0.755	10.415	1.250	716	126	4.66	236	45.3	2.68
X100	29.4	11.10*	0.680	10.340	1.120	623	112	4.60	207	40.0	2.65
X86	25.9	10.84	0.605	10.265	0.990	534	98.5	4.54	179	34.8	2.63
X77	22.6	10.60	0.530	10.190	0.870	455	85.9	4.49	154	30.1	2.60
X68	20.0	10.40	0.470	10.130	0.770	394	75.7	4.44	134	26.4	2.57
X60	17.6	10.22	0.420	10.080	0.680	341	66.7	4.39	116	23.0	2.57
X54	15.8	10.09	0.370	10.030	0.615	303	60.0	4.37	103	20.6	2.56
X49	14.4	9.98	0.340	10.000	0.560	272	54.6	4.35	93.4	18.7	2.54
W10 X45	13.3	10.10	0.350	8.020	0.620	248	49.1	4.32	53.4	13.3	2.01
X39	11.5	9.92	0.315	7.985	0.530	209	42.1	4.27	45.0	11.3	1.98
X33	9.71	9.73	0.290	7.960	0.435	170	35.0	4.19	36.6	9.20	1.94
W10 X30	8.84	10.47	0.300	5.810	0.510	170	32.4	4.38	16.7	5.75	1.37
X26	7.61	10.33	0.260	5.770	0.440	144	27.9	4.35	14.1	4.89	1.36
X22	6.49	10.17	0.240	5.750	0.360	118	23.2	4.27	11.4	3.97	1.33
W10 X19	5.62	10.24	0.250	4.020	0.395	96.3	18.8	4.14	4.29	2.14	0.874
X17	4.99	10.11	0.240	4.010	0.330	81.9	16.2	4.05	3.56	1.78	0.844
X15	4.41	9.99	0.230	4.000	0.270	68.9	13.8	3.95	2.89	1.45	0.810
X12	3.54	9.87	0.190	3.960	0.210	53.8	10.9	3.90	2.18	1.10	0.785
W8 X67	19.7	9.00	0.570	8.280	0.935	272	60.4	3.72	88.6	21.4	2.12
X58	17.1	8.75	0.510	8.220	0.810	228	52.0	3.65	75.1	18.3	2.10
X48	14.1	8.50	0.400	8.110	0.685	184	43.3	3.61	60.9	15.0	2.08
X40	11.7	8.25	0.360	8.070	0.560	146	35.5	3.53	49.1	12.2	2.04
X35	10.3	8.12	0.310	8.020	0.495	127	31.2	3.51	42.6	10.6	2.03
X31	9.13	8.00	0.285	7.995	0.435	110	27.5	3.47	37.1	9.27	2.02

(continues)

TABLE B-7 PROPERTIES OF WIDE-FLANGE SECTIONS (W SHAPES): U.S. CUSTOMARY UNITS (Continued)

Designation	Area (in. <sup>2</sup> )	Depth (in.)	Web thickness (in.)	Flange		Axis X-X				Axis Y-Y	
				Width (in.)	Thickness (in.)	$I$ (in. <sup>4</sup> )	$S = \frac{I}{c}$ (in. <sup>3</sup> )	$r = \sqrt{I/A}$ (in.)	$I$ (in. <sup>4</sup> )	$S = \frac{I}{c}$ (in. <sup>3</sup> )	$r = \sqrt{I/A}$ (in.)
W8 X28 X24	8.25 7.08	8.06 7.93	0.285 0.245	6.535 6.495	0.465 0.400	98.0 82.3	24.3 20.9	3.45 3.42	21.7 18.3	6.63 5.63	1.62 1.61
W8 X21 X18	6.16 5.26	8.28 8.14	0.250 0.230	5.270 5.250	0.400 0.330	75.3 61.9	18.2 15.2	3.49 3.43	9.77 7.97	3.71 3.04	1.26 1.23
W8 X15 X13 X10	4.44 3.84 2.96	8.11 7.99 7.89	0.245 0.230 0.170	4.015 4.000 3.940	0.315 0.255 0.205	48.0 39.6 30.8	11.8 9.91 7.81	3.29 3.21 3.22	3.41 2.73 2.09	1.70 1.37 1.06	0.876 0.843 0.841
W6 X25 X20 X15	7.34 5.87 4.43	6.38 6.20 5.99	0.320 0.260 0.230	6.080 6.020 5.990	0.455 0.365 0.260	53.4 41.4 29.1	16.7 13.4 9.72	2.70 2.66 2.56	17.1 13.3 9.32	5.61 4.41 3.11	1.52 1.50 1.46
W6 X16 X12 X9	4.74 3.55 2.68	6.28 6.03 5.90	0.260 0.230 0.170	4.030 4.000 3.940	0.405 0.280 0.215	32.1 22.1 16.4	10.2 7.31 5.56	2.60 2.49 2.47	4.43 2.99 2.19	2.20 1.50 1.11	0.966 0.918 0.905
W5 X19 X16	5.54 4.68	5.15 5.01	0.270 0.240	5.030 5.000	0.430 0.360	26.2 21.3	10.2 8.51	2.17 2.13	9.13 7.51	3.63 3.00	1.28 1.27
W4 X13	3.83	4.16	0.280	4.060	0.345	11.3	5.46	1.72	3.86	1.90	1.00

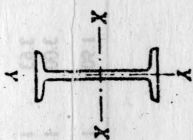


TABLE B-8 PROPERTIES OF I-BEAM SECTIONS (S SHAPES): U.S. CUSTOMARY UNITS

Designation	Area (in. <sup>2</sup> )	Depth (in.)	Web thickness (in.)	Flange		Axis X-X			Axis Y-Y		
				Width (in.)	Thickness (in.)	I (in. <sup>4</sup> )	S = $\frac{I}{c}$ (in. <sup>3</sup> )	r = $\sqrt{I/A}$ (in.)	I (in. <sup>4</sup> )	S = $\frac{I}{c}$ (in. <sup>3</sup> )	r = $\sqrt{I/A}$ (in.)
S24 × 121 × 106	35.6 31.2	24.50 24.50	0.800 0.620	8.050 7.870	1.090 1.090	3 160 2 940	258 240	9.43 9.71	83.3 77.1	20.7 19.6	1.53 1.57
S24 × 100 × 90 × 80	29.3 26.5 23.5	24.00 24.00 24.00	0.745 0.625 0.500	7.245 7.125 7.000	0.870 0.870 0.870	2 390 2 250 2 100	199 187 175	9.02 9.21 9.47	47.7 44.9 42.2	13.2 12.6 12.1	1.27 1.30 1.34
S20 × 96 × 86	28.2 25.3	20.30 20.30	0.800 0.660	7.200 7.060	0.920 0.920	1 670 1 580	165 155	7.71 7.89	50.2 46.8	13.9 13.3	1.33 1.36
S20 × 75 × 66	22.0 19.4	20.00 20.00	0.635 0.505	6.385 6.255	0.795 0.795	1 280 1 190	128 119	7.62 7.83	29.8 27.7	9.32 8.85	1.16 1.19
S18 × 70 × 54.7	20.6 16.1	18.00 18.00	0.711 0.461	6.251 6.001	0.691 0.691	926 804	103 89.4	6.71 7.07	24.1 20.8	7.72 6.94	1.08 1.14
S15 × 50 × 42.9	14.7 12.6	15.00 15.00	0.550 0.411	5.640 5.501	0.622 0.622	486 447	64.8 59.6	5.75 5.95	15.7 14.4	5.57 5.23	1.03 1.07

(continues)

TABLE B-8 PROPERTIES OF I-BEAM SECTIONS (S SHAPES): U.S. CUSTOMARY UNITS (Continued)

Designation	Area (in. <sup>2</sup> )	Depth (in.)	Web thickness (in.)	Flange		Axis X-X				Axis Y-Y			
				Width (in.)	Thickness (in.)	$I$ (in. <sup>4</sup> )	$S = \frac{I}{c}$ (in. <sup>3</sup> )	$r = \sqrt{I/A}$ (in.)	$I$ (in. <sup>4</sup> )	$S = \frac{I}{c}$ (in. <sup>3</sup> )	$r = \sqrt{I/A}$ (in.)	$I$ (in. <sup>4</sup> )	$r = \sqrt{I/A}$ (in.)
S12 × 50 × 40.8	14.7 12.0	12.00 12.00	0.687 0.462	5.477 5.252	0.659 0.659	305 272	50.8 45.4	4.55 4.77	15.7 13.6	5.74 5.16	1.03 1.06		
S12 × 35 × 31.8	10.3 9.35	12.00 12.00	0.428 0.350	5.078 5.000	0.544 0.544	229 218	38.2 36.4	4.72 4.83	9.87 9.36	3.89 3.74	0.980 1.00		
S10 × 35 × 25.4	10.3 7.46	10.00 10.00	0.594 0.311	4.944 4.661	0.491 0.491	147 124	29.4 24.7	3.78 4.07	8.36 6.79	3.38 2.91	0.901 0.954		
S8 × 23 × 18.4	6.77 5.41	8.00 8.00	0.441 0.271	4.171 4.001	0.426 0.426	64.9 57.6	16.2 14.4	3.10 3.26	4.31 3.73	2.07 1.86	0.798 0.831		
S7 × 20 × 15.5	5.88 4.50	7.00 7.00	0.450 0.252	3.860 3.662	0.392 0.392	42.4 36.7	12.1 10.5	2.69 2.86	3.17 2.64	1.64 1.44	0.734 0.766		
S6 × 17.25 × 12.5	5.07 3.67	6.00 6.00	0.465 0.232	3.565 3.332	0.359 0.359	26.3 22.1	8.77 7.37	2.28 2.45	2.31 1.82	1.30 1.09	0.675 0.705		
S5 × 14.75 × 10	4.34 2.94	5.00 5.00	0.494 0.214	3.284 3.004	0.326 0.326	15.2 12.3	6.09 4.92	1.87 2.05	1.67 1.22	1.01 0.809	0.620 0.643		
S4 × 9.5 × 7.7	2.79 2.26	4.00 4.00	0.326 0.193	2.796 2.663	0.293 0.293	6.79 6.08	3.39 3.04	1.56 1.64	0.903 0.764	0.646 0.574	0.569 0.581		
S3 × 7.5 × 5.7	2.21 1.67	3.00 3.00	0.349 0.170	2.509 2.330	0.260 0.260	2.93 2.52	1.95 1.68	1.15 1.23	0.586 0.455	0.468 0.390	0.516 0.522		

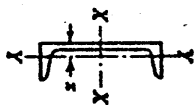


TABLE B-9 PROPERTIES OF CHANNEL SECTIONS: U.S. CUSTOMARY UNITS

Designation	Area (in. <sup>2</sup> )	Depth (in.)	Web thickness (in.)	Flange		Axis X-X				Axis Y-Y			
				Width (in.)	Average thickness (in.)	$I$ (in. <sup>4</sup> )	$S = \frac{I}{c}$ (in. <sup>3</sup> )	$r = \sqrt{I/A}$ (in.)	$I$ (in. <sup>4</sup> )	$S = \frac{I}{c}$ (in. <sup>3</sup> )	$r = \sqrt{I/A}$ (in.)	$x$ (in.)	
C13 x50	14.7	15.00	0.716	3.716	0.650	404	53.8	5.24	11.0	3.78	0.867	0.798	
x40	11.8	15.00	0.520	3.520	0.650	349	46.5	5.44	9.23	3.37	0.886	0.777	
x33.9	9.96	15.00	0.400	3.400	0.650	315	42.0	5.62	8.13	3.11	0.904	0.787	
C12 x30	8.82	12.00	0.510	3.170	0.501	162	27.0	4.29	5.14	2.06	0.763	0.674	
x25	7.35	12.00	0.387	3.047	0.501	144	24.1	4.43	4.47	1.88	0.780	0.674	
x20.7	6.09	12.00	0.282	2.942	0.501	129	21.5	4.61	3.88	1.73	0.799	0.698	
C10 x30	8.82	10.00	0.673	3.033	0.436	103	20.7	3.42	3.94	1.65	0.669	0.649	
x25	7.35	10.00	0.526	2.886	0.436	91.2	18.2	3.52	3.36	1.48	0.676	0.617	
x20	5.88	10.00	0.379	2.739	0.436	78.9	15.8	3.66	2.81	1.32	0.692	0.606	
x15.3	4.49	10.00	0.240	2.600	0.436	67.4	13.5	3.87	2.28	1.16	0.713	0.634	
C9 x20	5.88	9.00	0.448	2.648	0.413	60.9	13.5	3.22	2.42	1.17	0.642	0.583	
x15	4.41	9.00	0.285	2.485	0.413	51.0	14.3	3.40	1.93	1.01	0.661	0.586	
x13.4	3.94	9.00	0.233	2.433	0.413	47.9	10.6	3.48	1.76	0.962	0.669	0.601	

(continues)

TABLE B-9 PROPERTIES OF CHANNEL SECTIONS, U.S. CUSTOMARY UNITS (Continued)

Designation	Area (in. <sup>2</sup> )	Depth (in.)	Web thickness (in.)	Width (in.)	Flange				Axis X-X				Axis Y-Y			
					Average thickness (in.)	$I$ (in. <sup>4</sup> )	$S = \frac{I}{c}$ (in. <sup>3</sup> )	$r = \sqrt{I/A}$ (in.)	$I$ (in. <sup>4</sup> )	$S = \frac{I}{c}$ (in. <sup>3</sup> )	$r = \sqrt{I/A}$ (in.)	$x$ (in.)				
C8 x18.75	5.51	8.00	0.487	2.527	0.390	44.0	11.0	2.82	1.98	1.01	0.599	0.565				
x13.75	4.04	8.00	0.303	2.343	0.390	36.1	9.03	2.99	1.53	0.854	0.615	0.553				
x11.5	3.38	8.00	0.220	2.260	0.390	32.6	8.14	3.11	1.32	0.781	0.625	0.571				
C7 x14.75	4.33	7.00	0.419	2.299	0.366	27.2	7.78	2.51	1.38	0.779	0.564	0.532				
x12.25	3.60	7.00	0.314	2.194	0.366	24.2	6.93	2.60	1.17	0.703	0.571	0.525				
x9.8	2.87	7.00	0.210	2.090	0.366	21.3	6.08	2.72	0.968	0.625	0.581	0.540				
C6 x13	3.83	6.00	0.437	2.157	0.343	17.4	5.80	2.13	1.05	0.642	0.525	0.514				
x10.5	3.09	6.00	0.314	2.034	0.343	15.2	5.06	2.22	0.866	0.564	0.529	0.499				
x8.2	2.40	6.00	0.200	1.920	0.343	13.1	4.38	2.34	0.693	0.492	0.537	0.511				
C5 x9	2.64	5.00	0.325	1.885	0.320	8.90	3.56	1.83	0.632	0.450	0.489	0.478				
x6.7	1.97	5.00	0.190	1.750	0.320	7.49	3.00	1.95	0.479	0.378	0.493	0.484				
C4 x7.25	2.13	4.00	0.321	1.721	0.296	4.59	2.29	1.47	0.433	0.343	0.450	0.459				
x5.4	1.59	4.00	0.184	1.584	0.296	3.85	1.93	1.56	0.319	0.283	0.449	0.457				
C3 x6	1.76	3.00	0.356	1.596	0.273	2.07	1.38	1.08	0.305	0.268	0.416	0.455				
x5	1.47	3.00	0.258	1.498	0.273	1.85	1.24	1.12	0.247	0.233	0.410	0.438				
x4.1	1.21	3.00	0.170	1.410	0.273	1.66	1.10	1.17	0.197	0.202	0.404	0.436				

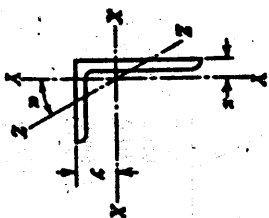


TABLE B-10 PROPERTIES OF EQUAL AND UNEQUAL ANGLE SECTIONS: U.S. CUSTOMARY UNITS

Size and thickness (in.)	Weight per foot (lb)	Axis X-X					Axis Y-Y					Axis Z-Z		
		Area (in. <sup>2</sup> )	I (in. <sup>4</sup> )	$S = \frac{I}{c}$ (in. <sup>3</sup> )	$r = \sqrt{I/A}$ (in.)	Y (in.)	I (in. <sup>4</sup> )	$S = \frac{I}{c}$ (in. <sup>3</sup> )	$r = \sqrt{I/A}$ (in.)	X (in.)	$r = \sqrt{I/A}$ (in.)	$\tan \alpha$		
L9 × 4 × $\frac{1}{4}$	26.3	7.73	64.9	11.5	2.90	3.36	8.32	2.65	1.04	0.858	0.847	0.216		
	$\frac{3}{16}$ 23.8	7.00	59.1	10.4	2.91	3.33	7.63	2.41	1.04	0.834	0.830	0.218		
	$\frac{1}{2}$ 21.3	6.25	53.2	9.34	2.92	3.31	6.92	2.17	1.05	0.810	0.834	0.220		
L8 × 8 × $\frac{1}{4}$	56.9	16.7	98.0	17.5	2.42	2.41	98.0	17.5	2.42	2.41	1.56	1.000		
	1 51.0	15.0	89.0	15.8	2.44	2.37	89.0	15.8	2.44	2.37	1.56	1.000		
	$\frac{3}{4}$ 45.0	13.2	79.6	14.0	2.45	2.32	79.6	14.0	2.45	2.32	1.57	1.000		
	$\frac{1}{2}$ 38.9	11.4	69.7	12.2	2.47	2.28	69.7	12.2	2.47	2.28	1.58	1.000		
	$\frac{3}{8}$ 32.7	9.61	59.4	10.3	2.49	2.23	59.4	10.3	2.49	2.23	1.58	1.000		
	$\frac{1}{4}$ 29.6	8.68	54.1	9.34	2.50	2.21	54.1	9.34	2.50	2.21	1.59	1.000		
	$\frac{1}{2}$ 26.4	7.75	48.6	8.36	2.50	2.19	48.6	8.36	2.50	2.19	1.59	1.000		

(continues)



TABLE B-10 PROPERTIES OF EQUAL AND UNEQUAL ANGLE SECTIONS: U. S. CUSTOMARY UNITS (Continued)

Size and thickness (in.)	Weight per foot (lb)	Area (in. <sup>2</sup> )	Axis X-X					Axis Y-Y					Axis Z-Z	
			$S = \frac{I}{c}$ (in. <sup>3</sup> )	$r = \sqrt{I/A}$ (in.)	$y$ (in.)	$I$ (in. <sup>4</sup> )	$S = \frac{I}{c}$ (in. <sup>3</sup> )	$r = \sqrt{I/A}$ (in.)	$x$ (in.)	$r = \sqrt{I/A}$ (in.)	$\tan \alpha$			
L8 × 6 × 1	44.2	13.0	80.8	15.1	2.49	2.65	38.8	8.92	1.73	1.65	1.28	0.543		
	%	39.1	11.5	72.3	13.4	2.51	34.9	7.94	1.74	1.61	1.28	0.547		
	%	33.8	9.94	63.4	11.7	2.53	30.7	6.92	1.76	1.56	1.29	0.551		
	%	28.5	8.36	54.1	9.87	2.54	26.3	5.88	1.77	1.52	1.29	0.554		
	%	25.7	7.56	49.3	8.95	2.55	24.0	5.34	1.78	1.50	1.30	0.556		
7/16	23.0	6.75	44.3	8.02	2.56	2.57	21.7	4.79	1.79	1.47	1.30	0.558		
	20.2	5.93	39.2	7.07	2.57	2.45	19.3	4.33	1.80	1.45	1.31	0.560		
L8 × 4 × 1	37.4	11.0	69.6	14.1	2.52	3.05	11.6	3.94	1.03	1.05	0.846	0.247		
	%	28.7	8.44	54.9	10.9	2.55	9.36	3.07	1.05	0.953	0.852	0.258		
	7/16	21.9	6.43	42.8	8.35	2.58	7.43	2.38	1.07	0.882	0.861	0.265		
	1/2	19.6	5.75	38.5	7.49	2.59	6.74	2.15	1.08	0.859	0.865	0.267		
L7 × 4 × 3/4	26.2	7.69	37.8	8.42	2.22	2.51	9.05	3.03	1.09	1.01	0.860	0.324		
	%	22.1	6.48	32.4	7.14	2.24	7.84	2.58	1.10	0.963	0.865	0.329		
	1/2	17.9	5.25	26.7	5.81	2.25	6.53	2.12	1.11	0.917	0.872	0.335		
	%	13.6	3.98	20.6	4.44	2.27	5.10	1.63	1.13	0.870	0.880	0.340		
L6 × 6 × 1	37.4	11.0	35.5	8.57	1.80	1.86	35.5	8.57	1.80	1.86	1.17	1.000		
	%	33.1	9.73	31.9	7.63	1.81	31.9	7.63	1.81	1.82	1.17	1.000		
	%	28.7	8.44	28.2	6.66	1.83	28.2	6.66	1.83	1.78	1.17	1.000		
	%	24.2	7.11	24.2	5.66	1.84	24.2	5.66	1.84	1.73	1.18	1.000		
	7/16	21.9	6.43	22.1	5.14	1.85	22.1	5.14	1.85	1.71	1.18	1.000		
1/2	19.6	5.75	19.9	4.61	1.86	1.68	19.9	4.61	1.86	1.68	1.18	1.000		
	7/16	17.2	5.06	17.7	4.08	1.87	17.7	4.08	1.87	1.66	1.19	1.000		
	%	14.9	4.36	15.4	3.53	1.88	15.4	3.53	1.88	1.64	1.19	1.000		
7/16	12.4	3.65	13.0	2.97	1.89	1.62	13.0	2.97	1.89	1.62	1.20	1.000		

$L6 \times 4 \times \frac{1}{2}$		27.2	7.98	27.7	7.15	1.86	2.12	9.75	3.39	1.11	1.12	0.857	0.421
$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	23.6	6.94	24.5	6.25	1.88	2.08	8.68	2.97	1.12	1.08	0.860	0.438
$\frac{3}{4}$	$\frac{3}{4}$	20.0	5.86	21.1	5.31	1.90	2.03	7.52	2.54	1.13	1.03	0.864	0.435
$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{16}$	18.1	5.31	19.3	4.83	1.90	2.01	6.91	2.31	1.14	1.01	0.866	0.438
$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{8}$	16.2	4.75	17.4	4.33	1.91	1.99	6.27	2.08	1.15	0.987	0.870	0.440
$\frac{3}{16}$	$\frac{3}{16}$	14.3	4.18	15.5	3.83	1.92	1.96	5.60	1.85	1.16	0.964	0.873	0.443
$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	12.3	3.61	13.5	3.32	1.93	1.94	4.90	1.60	1.17	0.941	0.877	0.446
$\frac{5}{16}$	$\frac{5}{16}$	10.3	3.03	11.4	2.79	1.94	1.92	4.18	1.35	1.17	0.918	0.882	0.448
$L6 \times 3\frac{1}{2} \times \frac{1}{2}$		15.3	4.50	16.6	4.24	1.92	2.08	4.25	1.59	0.972	0.833	0.759	0.344
$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	11.7	3.42	12.9	3.24	1.94	2.04	3.34	1.23	0.988	0.787	0.767	0.330
$\frac{3}{16}$	$\frac{3}{16}$	9.8	2.87	10.9	2.73	1.95	2.01	2.85	1.04	0.996	0.763	0.772	0.352
$L5 \times 5 \times \frac{1}{2}$		27.2	7.98	17.8	5.17	1.49	1.57	17.8	5.17	1.49	1.57	0.973	1.000
$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	23.6	6.94	15.7	4.53	1.51	1.52	15.7	4.53	1.51	1.52	0.975	1.000
$\frac{3}{4}$	$\frac{3}{4}$	20.0	5.86	13.6	3.86	1.52	1.48	13.6	3.86	1.52	1.48	0.978	1.000
$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{8}$	16.2	4.75	11.3	3.16	1.54	1.43	11.3	3.16	1.54	1.43	0.983	1.000
$\frac{3}{16}$	$\frac{3}{16}$	14.3	4.18	10.0	2.79	1.55	1.41	10.0	2.79	1.55	1.41	0.986	1.000
$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	12.3	3.61	8.74	2.42	1.56	1.39	8.74	2.42	1.56	1.39	0.990	1.000
$\frac{5}{16}$	$\frac{5}{16}$	10.3	3.03	7.42	2.04	1.57	1.37	7.42	2.04	1.57	1.37	0.994	1.000
$L5 \times 3\frac{1}{2} \times \frac{1}{2}$		19.8	5.81	13.9	4.28	1.55	1.75	5.55	2.22	0.977	0.996	0.748	0.464
$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	16.8	4.92	12.0	3.65	1.56	1.70	4.83	1.90	0.991	0.991	0.751	0.472
$\frac{3}{4}$	$\frac{3}{4}$	13.6	4.00	9.99	2.99	1.58	1.66	4.05	1.56	1.01	0.906	0.755	0.479
$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{8}$	12.0	3.53	8.90	2.64	1.59	1.63	3.63	1.39	1.01	0.883	0.758	0.482
$\frac{3}{16}$	$\frac{3}{16}$	10.4	3.05	7.78	2.29	1.60	1.61	3.18	1.21	1.02	0.861	0.762	0.486
$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	8.7	2.56	6.60	1.94	1.61	1.59	2.72	1.02	1.03	0.838	0.766	0.489
$\frac{5}{16}$	$\frac{5}{16}$	7.0	2.06	5.39	1.57	1.62	1.56	2.23	0.830	1.04	0.814	0.770	0.492
$L5 \times 3 \times \frac{1}{2}$		15.7	4.61	11.4	3.55	1.57	1.80	3.06	1.39	0.815	0.796	0.644	0.349
$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	12.8	3.75	9.45	2.91	1.59	1.75	2.58	1.15	0.829	0.750	0.648	0.357
$\frac{3}{4}$	$\frac{3}{4}$	11.3	3.31	8.43	2.58	1.60	1.73	2.32	1.02	0.837	0.727	0.651	0.361
$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{8}$	9.8	2.86	7.37	2.24	1.61	1.70	2.04	0.888	0.845	0.704	0.654	0.364
$\frac{3}{16}$	$\frac{3}{16}$	8.2	2.40	6.26	1.89	1.61	1.68	1.75	0.753	0.853	0.681	0.658	0.368
$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	6.6	1.94	5.11	1.53	1.62	1.66	1.44	0.614	0.861	0.657	0.663	0.371

(continues)

TABLE B-10 PROPERTIES OF EQUAL AND UNEQUAL ANGLE SECTIONS: U.S. CUSTOMARY UNITS (Continued)

Size and thickness (in.)	Weight per foot (lb)	Area (in. <sup>2</sup> )	I (in. <sup>4</sup> )	Axis X-X				Axis Y-Y				Axis Z-Z	
				$S = \frac{I}{c}$ (in. <sup>3</sup> )	$r = \sqrt{I/A}$ (in.)	y (in.)	I (in. <sup>4</sup> )	$S = \frac{I}{c}$ (in. <sup>3</sup> )	$r = \sqrt{I/A}$ (in.)	x (in.)	$r = \sqrt{I/A}$ (in.)	tan α	
<b>L4 × 4 × ¼</b>													
¼	18.5	5.44	7.67	2.81	1.19	1.27	7.67	2.81	1.19	1.27	0.778	1.000	
½	15.7	4.61	6.66	2.40	1.20	1.23	6.66	2.40	1.20	1.23	0.779	1.000	
¾	12.8	3.75	5.56	1.97	1.22	1.18	5.56	1.97	1.22	1.18	0.782	1.000	
7/16	11.3	3.31	4.97	1.75	1.23	1.16	4.97	1.75	1.23	1.16	0.785	1.000	
½	9.8	2.86	4.36	1.52	1.23	1.14	4.36	1.52	1.23	1.14	0.788	1.000	
¾	8.2	2.40	3.71	1.29	1.24	1.12	3.71	1.29	1.24	1.12	0.791	1.000	
¾	6.6	1.94	3.04	1.05	1.25	1.09	3.04	1.05	1.25	1.09	0.795	1.000	
<b>L4 × 3½ × ¼</b>													
¼	14.7	4.30	6.37	2.35	1.22	1.29	4.52	1.84	1.03	1.04	0.719	0.745	
½	11.9	3.50	5.32	1.94	1.23	1.25	3.79	1.52	1.04	1.00	0.722	0.750	
¾	10.6	3.09	4.76	1.72	1.24	1.23	3.40	1.35	1.05	0.978	0.724	0.753	
¾	9.1	2.67	4.18	1.49	1.25	1.21	2.95	1.17	1.06	0.955	0.727	0.755	
¾	7.7	2.25	3.56	1.25	1.26	1.18	2.55	0.994	1.07	0.932	0.730	0.757	
¾	6.2	1.81	2.91	1.03	1.27	1.16	2.09	0.808	1.07	0.909	0.734	0.759	
<b>L4 × 3 × ¼</b>													
¼	13.6	3.98	6.03	2.30	1.23	1.37	2.87	1.35	0.849	0.871	0.637	0.534	
½	11.1	3.25	5.05	1.89	1.25	1.33	2.42	1.12	0.864	0.827	0.639	0.543	
¾	9.8	2.87	4.52	1.68	1.25	1.30	2.18	0.992	0.871	0.804	0.641	0.547	
¾	8.5	2.48	3.96	1.46	1.26	1.28	1.92	0.866	0.879	0.782	0.644	0.551	
¾	7.2	2.09	3.38	1.23	1.27	1.26	1.65	0.734	0.887	0.759	0.647	0.554	
¾	5.8	1.69	2.77	1.00	1.28	1.24	1.36	0.599	0.896	0.736	0.651	0.558	
<b>L3½ × 3½ × ¼</b>													
¼	11.1	3.25	3.64	1.49	1.06	1.06	3.64	1.49	1.06	1.06	0.683	1.000	
½	9.8	2.87	3.26	1.32	1.07	1.04	3.26	1.32	1.07	1.04	0.684	1.000	
¾	8.5	2.48	2.87	1.15	1.07	1.01	2.87	1.15	1.07	1.01	0.687	1.000	
¾	7.2	2.09	2.45	0.976	1.08	0.990	2.45	0.976	1.08	0.990	0.690	1.000	
¾	5.8	1.69	2.01	0.794	1.09	0.968	2.01	0.794	1.09	0.968	0.694	1.000	

$L3\frac{1}{2} \times 3 \times \frac{1}{2}$	10.2	3.00	3.45	1.45	1.07	1.13	2.33	1.10	0.881	0.875	0.621	0.714
	$\frac{7}{16}$	9.1	2.65	3.10	1.29	1.08	2.09	0.975	0.889	0.853	0.522	0.718
	$\frac{3}{8}$	7.9	2.30	2.72	1.13	1.09	1.85	0.851	0.897	0.830	0.525	0.721
	$\frac{1}{4}$	6.6	1.93	2.33	0.954	1.10	1.58	0.722	0.905	0.808	0.527	0.724
$L3\frac{1}{2} \times 2\frac{1}{2} \times \frac{1}{2}$	$\frac{3}{16}$	5.4	1.56	1.91	0.776	1.11	1.30	0.589	0.914	0.785	0.531	0.727
	$\frac{7}{16}$	9.4	2.75	3.24	1.41	1.09	1.36	0.760	0.704	0.705	0.534	0.486
	$\frac{3}{8}$	8.3	2.43	2.91	1.26	1.09	1.23	0.677	0.711	0.682	0.535	0.491
	$\frac{1}{4}$	7.2	2.11	2.56	1.09	1.10	1.09	0.592	0.719	0.660	0.537	0.496
$L3 \times 3 \times \frac{1}{2}$	$\frac{3}{16}$	6.1	1.78	2.19	0.927	1.11	0.939	0.504	0.727	0.637	0.540	0.501
	$\frac{7}{16}$	4.9	1.44	1.80	0.735	1.12	0.777	0.412	0.735	0.614	0.544	0.506
	$\frac{3}{8}$	9.4	2.75	2.22	1.07	0.898	2.22	1.07	0.898	0.932	0.584	1.000
	$\frac{1}{4}$	8.3	2.43	1.99	0.954	0.905	1.99	0.954	0.905	0.910	0.585	1.000
$L3 \times 2\frac{1}{2} \times \frac{1}{2}$	$\frac{3}{16}$	7.2	2.11	1.76	0.833	0.913	1.76	0.833	0.913	0.888	0.587	1.000
	$\frac{7}{16}$	6.1	1.78	1.51	0.707	0.922	1.51	0.707	0.922	0.865	0.589	1.000
	$\frac{3}{8}$	4.9	1.44	1.24	0.577	0.930	1.24	0.577	0.930	0.842	0.592	1.000
	$\frac{1}{4}$	3.71	1.09	0.962	0.441	0.939	0.962	0.441	0.939	0.820	0.596	1.000
$L3 \times 2\frac{1}{2} \times \frac{1}{4}$	$\frac{3}{16}$	8.5	2.50	2.08	1.04	0.913	1.30	0.744	0.722	0.750	0.520	0.667
	$\frac{7}{16}$	7.6	2.21	1.88	0.928	0.920	1.18	0.664	0.729	0.728	0.521	0.672
	$\frac{3}{8}$	6.6	1.92	1.66	0.810	0.928	1.04	0.581	0.736	0.706	0.522	0.676
	$\frac{1}{4}$	5.6	1.62	1.42	0.688	0.937	0.988	0.494	0.744	0.683	0.525	0.680
$L3 \times 2 \times \frac{1}{2}$	$\frac{3}{16}$	4.5	1.31	1.17	0.561	0.945	0.743	0.404	0.753	0.661	0.528	0.684
	$\frac{7}{16}$	3.39	0.996	0.907	0.430	0.954	0.577	0.310	0.761	0.638	0.533	0.688
	$\frac{3}{8}$	7.7	2.25	1.92	1.00	0.924	0.672	0.474	0.546	0.583	0.428	0.414
	$\frac{1}{4}$	6.8	2.00	1.73	0.894	0.932	0.609	0.424	0.553	0.561	0.429	0.421
$L3 \times 2 \times \frac{1}{4}$	$\frac{3}{16}$	5.9	1.73	1.53	0.781	0.940	0.543	0.371	0.559	0.539	0.430	0.428
	$\frac{7}{16}$	5.0	1.46	1.32	0.664	0.948	0.470	0.317	0.567	0.516	0.432	0.435
	$\frac{3}{8}$	4.1	1.19	1.09	0.542	0.957	0.392	0.260	0.574	0.493	0.435	0.440
	$\frac{1}{4}$	3.07	0.902	0.842	0.415	0.966	0.307	0.200	0.583	0.470	0.439	0.446

(continues)

TABLE B-10 PROPERTIES OF EQUAL AND UNEQUAL ANGLE SECTIONS: U.S. CUSTOMARY UNITS (Continued)

Size and thickness (in.)	Weight per foot (lb)	Area (in. <sup>2</sup> )	Axis X-X					Axis Y-Y					Axis Z-Z	
			$I$ (in. <sup>4</sup> )	$S = \frac{I}{c}$ (in. <sup>3</sup> )	$r = \sqrt{I/A}$ (in.)	$y$ (in.)	$I$ (in. <sup>4</sup> )	$S = \frac{I}{c}$ (in. <sup>3</sup> )	$r = \sqrt{I/A}$ (in.)	$x$ (in.)	$r = \sqrt{I/A}$ (in.)	$\tan \alpha$		
$L2\frac{1}{2} \times 2\frac{1}{2} \times \frac{1}{4}$	7.7	2.25	1.23	0.724	0.739	0.806	1.23	0.724	0.739	0.806	0.487	1.000		
	$\frac{1}{8}$	1.73	0.984	0.566	0.753	0.762	0.984	0.566	0.753	0.762	0.487	1.000		
	$\frac{3}{16}$	1.46	0.849	0.482	0.761	0.740	0.849	0.482	0.761	0.740	0.489	1.000		
	$\frac{1}{2}$	4.1	1.19	0.703	0.769	0.717	0.703	0.394	0.769	0.717	0.491	1.000		
$L2\frac{1}{2} \times 2 \times \frac{1}{4}$	$\frac{3}{16}$	3.07	0.902	0.547	0.778	0.694	0.547	0.303	0.778	0.694	0.495	1.000		
	$\frac{1}{2}$	5.3	1.55	0.912	0.831	0.831	0.514	0.363	0.831	0.581	0.420	0.614		
	$\frac{3}{8}$	4.5	1.31	0.788	0.776	0.809	0.446	0.310	0.776	0.559	0.422	0.620		
	$\frac{1}{2}$	3.62	1.06	0.654	0.784	0.787	0.372	0.254	0.784	0.537	0.424	0.626		
$L2 \times 2 \times \frac{1}{4}$	$\frac{3}{16}$	2.75	0.809	0.509	0.793	0.764	0.291	0.196	0.800	0.514	0.427	0.631		
	$\frac{1}{2}$	4.7	1.36	0.479	0.594	0.636	0.479	0.351	0.594	0.636	0.389	1.000		
	$\frac{3}{8}$	3.92	1.15	0.416	0.601	0.614	0.416	0.300	0.601	0.614	0.390	1.000		
	$\frac{1}{2}$	3.19	0.938	0.348	0.609	0.592	0.348	0.247	0.609	0.592	0.391	1.000		
$\frac{3}{16}$	2.44	0.715	0.272	0.190	0.617	0.569	0.272	0.190	0.617	0.569	0.394	1.000		
	$\frac{1}{8}$	1.65	0.484	0.190	0.626	0.546	0.190	0.131	0.626	0.546	0.398	1.000		

جدول: د ځينو موادو د محکميت تقریبي حدونه.

مواد	( $\sigma$ ) Mpa	مواد	( $\sigma$ ) Mpa
کشش (Tention) Steel			
Steel. 2	340-420	Glass ښیښه	600-1200
Steel. 3	380-470	Bozailt بازالت	250-320
Steel. 4	420-520	Granit گرانیت	120-260
Steel. 5	500-620	Malbero مرمر	100-180
Steel. 6	600-720	Sand شګه	20-90
لیګیر کرومین شوي	800	د اهاکو ډبره	100-150
کرومین، نلیکل او مولیبدیني شوي	1000	سوره ور	20-50
صابون	320-600	(یسوه شپه ورځ) زیات و کم ګچ	20
برونز	200-600	څښته	7-30
دالمونیم دیوال	180-500	د شلاک څښته	2-10
فشار (Grey Cost Iron) خاکی چدن		په مساله کې د تیګې باره	215-9
GC. 15-32	650	مرخت	11
GC. 21-40	750	نرم	23
GC. 24-44	850	و کم	48
GC. 38-48	1000		
GC. 32-52	1100		
GC. 35-56	1200		
GC. 38-60	1300		

نوټ: د کانکریټ محکمیت د هغه د ترکیب او موادو پورې (پوځوالي) اړه لري.

جدول: د ځينو پلاستماسو لپاره د محکیمت تقریبي حدونه:

مواد Matrrial	د محکیمت حد (σ) Mpa		مواد Matrrial	د محکیمت حد (σ) Mpa	
	کشش Tention	فشار Compre sscion		کشش Tention	فشار Compre sscion
Veneplast وینپلاست	50	.	تکستالیت Tekstalit	85-100	130-250
Poliethlin پولي تلین	65	.	هیتناکس Hitnax	150-170	150-180
Boklet باکلیت	20-30	80-100	باکلسترسن شوي کنف	130	115
Sloloid سلولوئید	50-70				

جدول: د سپنسو لپاره په کشش کې د محکیمت ځینې تخمیني  
حدونه {σ}

Fibre سپنسي	{σ} (Mpa)	Fibre سپنسي	
Cotton مالوچ (پنبه)	376	Hemp پوست	450
Wool وړی	709	د مالینتست کې پوست	477
Silk ورېنم	448	Copre کوپرا	292
Flax کتان، ذغر	352	Vegetable silk نباتي ورېنم	355
جوت	287		

د لرگیو د کلکوالي اټکلي (تخمیني) حدونه:

د څنګل جنس	د محکمیت حد Mpa		
	په ستاتیک کوږوالي کې	په تورلو (ماتولو) کې	د سپنسي په امتداد په فشار کې
Pine tree غوړنځی	50.5-115.0	6.5-9.5	12.0-62.5
Siberya Pine سایبریا غوړنځی	28.6-115.5	-	16.2-50.0
Fir لاچي	52.4-101.0	-	31.8-56.5
Kafkaz silver fir قفقاز سرو	53.4-107.8	4.5-9.0	28.2-55.0
Siberya cedar د سایبریا جلفوزه	39.8-70.1	-	25.6-40.8
Kaj tree کاج ونه	80.0-125.0	7.7-10.0	41.4-67.0
Birch بھوج ونه	60.6-114.4	9.1-15.4	31.5-62.0
Chestnut د پارینج ونه	60.8-89.1	7.4-10.1	34.3-49.0
Poplar سپېدار	45.7-89.6	6.5-9.5	38.4-54.7
Acacia د اکاسی ونه	90.3-151.2	-	46.5-71.5
Beach of Kafkaz د قفقاز د بیچ ونه	81.0-148.0	12.3-14.5	43.2-82.1
Ash tree بنوبس، شنگ	70.0-170.0	-	37.5-72.5
Oak tree خېړی، بلوط	77.0-130.0	-	42.5-65.5
Line tree زیرفون	47.8-83.0	-	25.9-46.3



جدول د ځينو موادو د ارتجاعيت مودول او پاوليلون ضريب

د پاوليلون ضريب	د ارتجاعيت مودول Mpa		مواد
	G	E	
0.23-0.27	$4.5 \times 10^4$	$(4.15-1.6) \times 10^5$	خاكي او سپين چڼ
		$4.55 \times 10^5$	چڼ چې خټك كاري قابليت ولري
0.24-0.28	$8.1 \times 10^4$	$(2.0-2.1) \times 10^5$	كاربني پولاد
0.25-0.30	$8.1 \times 10^4$	$2.1 \times 10^5$	لگير پولاد
0.31-0.34	-	$1.75 \times 10^5$	پولادي رخت
-	$4.0 \times 10^4$	$1.1 \times 10^5$	پره كات مس
-	$4.9 \times 10^4$	$1.3 \times 10^5$	يخ كشش شوي مس
-	-	$0.84 \times 10^5$	مس، رخت
-	$4.2 \times 10^4$	$1.05 \times 10^5$	المونيمي برونز رخت
0.32-0.42	$(3.5-3.9) \times 10^4$	$(0.91-0.99) \times 10^5$	يخ كش شوي لاثون
-	-	$0.7 \times 10^5$	المونيمي سيم كش شوي
0.42	$0.70 \times 10^4$	$0.170 \times 10^5$	سرب
-	-	$0.49 \times 10^5$	گرانيت
-	-	$0.42 \times 10^5$	مرمر
-	-	$0.56 \times 10^5$	ريگه (شگه)
-	-	$0.18 \times 10^5$	د اهو ډبره
1.16	-	$0.2 \times 10^5$	ختين سست (نرم) سرب
تر 0.40	-	$(0.310-0.333) \times 10^5$	ختين متوسط محكم والی لرونکی سرب

د تیګي پسخه له

-	-	$(0.09-0.1) \times 10^5$	ګرانیت
-	-	$0.06 \times 10^5$	ریګ
-	-	$(0.027-0.030) \times 10^5$	خښته

کاندبلیت چې محکم والي حد یې  $\text{Kg/cm}^2$

-	-	$(0.196-0.146) \times 10^5$	100
-	-	$(0.214-0.164) \times 10^5$	150
-	-	$(0.232-0.182) \times 10^5$	200
0.47	-	$0.00008 \times 10^5$	ریږ
2.25	$2.2 \times 10^4$	$0.56 \times 10^5$	شیشه
-	$(10.28-43) \times 10^4$	$0.10 \times 10^5$	یخ

نوټ: د دې لپاره چې د ارتجاعیت مودول قیمت  $\text{Kg/cm}^2$  په لاس راوړو لازمه ده چې  $\text{MPa}$  قیمت په 10 کې ضرب کړو.

## ماخذونه

1. Strength of Material fourth edition, Andrew Pytel, the Pennsylvania state University Ferdinand. L Singer, Late New York University, 1987.
2. Hand Book. S.P.Fecik Kive 1982, for strength of materials.
3. Strength of Materials, G.H. Ryder, 3<sup>rd</sup> edition, Hong kong 1989
4. Strength of Materials and structures, Edward Arnold.
5. Materials for the Engineering Technician, Edward Arnold.
6. Properties of Engineering Materials, Edward Arnold



## کور او د کور هیلې

موږ په ۱۳۷۱ هـ ل کال (۱۹۹۲ ع) د ختيځ د کلتوري او ټولنيزو چارو موسسې په نوم کار پيل کړ. په ۱۳۷۶ هـ ل (۱۹۹۷ ع) مو د ختيځ بيا رغونې ادارې (کور) په نوم خپل کار ته دوام ورکړ.

د کور د خپرونو څانګه هڅه کوي چې په خپله ژبه درنو هېوادوالو ته د هنوی د اړتيا وړ هر ډول کتابونه برابر کړي. په پښتو ژبه د علمي، څېړنيزو او تکنیکي کتابونو کموالی د دې سبب شوی چې موږ دغه ډول کتابونو ته د لومړيتوب حق ورکړو. موږ زيار ياسو چې گرانو هېوادوالو ته په نړيوال ستندرد کره کتابونه وړاندې کړو. دا ټولنه سربېره په گڼو داوطلبانو تصميم نيونکي جرګه لري چې غړي يې عبارت دي له ډاکټر محمد فرید بزرګر، نعمت الله رسولي او قدرت الله هيواد پال څخه. موږ د کتابونو د چاپ په برخه کې د اړونده څانګې له مسلکي وګړو سره مشوره کوو او د هنوی نظر ته له هر څه ترجيح ورکولی کېږي.

موږ ډېره هڅه کړې چې کور پخپلو پښو ودرېږي، تر اوسه مو د کور په لگښت ډېر کتابونه هېوادوالو ته وړاندې کړي دي. هغه کتابونه چې موږ يې په يوازې ځان پټی نه شو پورته کولای، نو له دوستانو مو غوښتي چې زموږ ملاتړ وکړي، د نورو هېوادوالو مالي او تخنیکي مرسته په اړوند کتاب کې ذکر شوې ده.

د کور د خپرونو څانګې يوازې د کتابونو پر چاپ بسنه نه ده کړې، تر اوسه دغلته ډېرو افغانانو ته د کمپيوټر زده کړې او پښتو/فارسي ټايپ زده کړې زمينه برابره شوې ده. له ډېرو افغاني مطبوعاتو سره فني مرسته شوې او ډېرو ليکوالانو ته يو څه مالي مرسته برابره شوې ده.

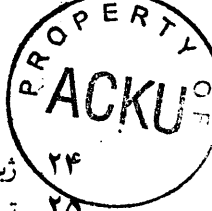
زموږ ستره موخه د وران افغانستان په بيا ودانولو کې برخه اخيستل دي. له درنو لوستونکو څخه هيله کوو، چې موږ ته د کور د خپرونو په اړه خپل نظر او د خپلې خوښې د کتابونو په اړه وليکي، او د مختلفو څانګو له درنو پوهانو څخه هيله کوو، چې د خپلو ځورېدلو هېوادوالو لپاره خپله پوهه و نه سپموي، موږ ژمنه کوو چې د هنوی پوهه په ښه شان اړو هېوادوالو ته انتقال کړو. او له هغو شتمنو هېوادوالو څخه چې د وران هېواد د بيا ودانولو مينه لري، هيله کوو چې په خپلو مالي مرستو د کور کارونه هميشي کړي. خورا درنښت

ډاکټر محمد فرید بزرګر

د کور بنسټ ايښودونکی او اداري مشر

## د ختيځ د بيا رغونې ادارې (کور) د خپرونو څانگې تر اوسه خپاره کړي دي:

۱. د سند باد پېښې، د ماشومانو لپاره په زړه پورې مصورې کيسې، (دوه ځله)
۲. د طرابلس زمريان، د ليبيا په مظلوم ولس د ايتاليايي يرغلگرو د ظلم انځورونکې قصه
۳. ولسي ملغلرې، د پښتو متلونو او ولسي قصو مجموعه، سيداگل غريبپار
۴. لنډۍ، د ۴۰۰۰ په شاوخوا کې لنډۍ، راټولونکي سيداگل غريبپار
۵. د خوب نړۍ، خوب د ساپوهنې له نظره، حبيب الله بيرکزي څدراڼ
۶. د سينې ناروغي او تویر کلوز، د طب د زده کوونکو او ډاکترانو لپاره طبي کتاب
۷. تشخيصي راډيولوژي، د طب د زده کوونکو او ډاکترانو لپاره طبي کتاب
۸. جراحی اعصاب (جلد اول)، کتاب طبي برای محصلين طب و دکتوران جراح
۹. رهنمای عملي کاربرد دواها، کتاب رهنما برای نسخه نویسي درست ادويه اساسي
۱۰. د کمپیوتر اساسات، ويندوز او کمپیوټري محاوره د کمپیوتر په اړه بشپړ معلومات
۱۱. The Ethnic Composition of Afghanistan
۱۲. اوښکې د ښو په سر، د ډاکتر محمد یونس مروت شعري ټولگه
۱۳. رهنمای عملی طبابت اطفال (دو پار)
۱۴. د جزا قانون شرحه، لومړی کتاب، کلیم الله ملکزی
۱۵. د درملو د استعمال عملی لارښود، ډاکتر مالتې وان بلومردر
۱۶. د اپینو لار، تاریخي قصه، استاد عبدالغفور بریښنا
۱۷. د اروا پوهنې ښوونځي، د کابل پوهنتون د ښوونې او روزنې د پوهنځي درسي کتاب
۱۸. نغوتې او نغويې، ولسنامه نه شهنامه، لطيف جان بابي
۱۹. افغانستان: فيدراليزم، محمد انعام واک
۲۰. د پربښتې ځواب، د څو لنډو کيسو مجموعه، حفيظ الله تراب
۲۱. په لومړنيو ښوونځيو کې د ژبې د زده کړې لارښوونې او ستراتيژي
۲۲. د هوښيارتيا تله، ډاکتر کبير ستوري
۲۳. خرمرې، تورکي ليکوال عزيز نسين



- ۲۴ ژبساپوهنه، ډاکټر کبير ستوری  
 ۲۵ توارېخ: پښتون، افغان، افغانستان، قدرت الله حداد فرهاد  
 ۲۶ د اسلامي فقهي اساسات، پوهاند حسين خيل  
 ۲۷ د موادو مقاومت، د انجنيرۍ د پوهنځي لپاره

#### چاپ ته تيار:

- د پښتني قبيلوي خيلونو قاموس (د پښتنو قبيلو بشپړ قاموس، د افغانستان د علومو اکاډمۍ پنځه کلنه څېړنه)
- سلگۍ په لويديز کې (د حفيظ الله تراب د لنډو قيصو د درې ټولگو ټولگه)

#### ډډر به چاپ شي:

- د نولسمې پېړۍ په پای او د شلمې پېړۍ په پيل کې د پښتنو استوګنځي
- د آريانا موقعيت او د آريائيانو جغرافيايي سيمې
- ويره، د ساپوهنې له نظره، ډاکټر کبير ستوری
- يخچال او مدرن ايرکانونيشن
- د چرګانو ساتنه
- د نقلیه وسايطو تخنیکي قاموس
- اسلامي هېوادونه او په نړۍ کې مسلمان اقليتونه، پوهنمل شاه محمود منگل
- او نور

د خپلو کتابونو د تصحيح، چاپ، ډيزاين او چاپ لپاره زموږ سره په دې پتو په تماس کې شئ:

**Dr. M. Farid Bazger**

G.P.O. Box 607, Peshawar, Pakistan

Tel. +92-91-841280, 845637, 45504 يا 844202 Fax. +92-91-841089

E-mail: kor\_bazger@hotmail.com ,  
 farid\_bazger@hotmail.com

او يا د دعوت د خپرونې له لارې: C/O M.Tariq Bazger

P.O.Box 289, 2001 Lillestrom, Norway

Phone: +47-90856195

Fax: +47-63875971

E.mail: dawatnet@start.no

Website: http: /home.no.net/dawatnet





## د ليکوال لنډه سوانح

نوم: دپلوم انجنير محمد معشوق (پتیار)

پلار نوم: حاجي محمد اگل

د زيږيدو ځای: شپوله، قدرت کلی، ولسوالي هسکه مینه، ولايت ننگرهار.

د زيږيدو نېټه: ۱۹۶۱ ميلادي يا ۱۳۴۰ هجري شمسي.

زده کړه:

لومړنۍ: د شپول منځنۍ ښوونځی ۱۳۴۵ تر ۱۳۵۴

ليسه: د خوست ميخانيکي ليسه ۱۳۵۴ تر ۱۳۵۷

پوهنتون: يوکراين (د ماشين جوړولو پوهنتون) ۱۳۵۸ تر

۱۳۶۴ هجري شمسي (۱۹۷۸ - ۱۹۸۵) ميلادي

د تحصيل په ټوله دوره کې ممتاز پاتې شوی دی.

دندې:

د مخابراتو وزارت د يکه توت تخنيکي ورکشاپ د فني مامور په حيث ۱۳۵۷-۱۳۵۸

د ننگرهار پوهنتون د انجنيرۍ پوهنځی ۱۳۶۴-۱۳۶۷

له ۱۳۶۷ څخه په پېښور کې په مختلفو غير دولتي ادارو (NGOs) کې لکه شلتر نو

انترنیشنل، سويډن کميټي مربوط وحدت لېسه، UNILOG، اګلو، د افغانستان معاصر

جهادي دایرۍ المعارف، د اکبر کمیټه، مدیرا او فعالاً په افغان اید کې کار کوي.

د هجرت له دیار څخه د بیرته ستېدو وروسته په ۱۳۷۵ کې یې بیرته د ننگرهار

پوهنتون د انجنیرۍ پوهنځي کې د استادۍ دنده په غاړه واخسته او هلته د نظري

میخانیک او د موادو د مقاومت درس ورکوي.

ARIC

B

6.46

PAT

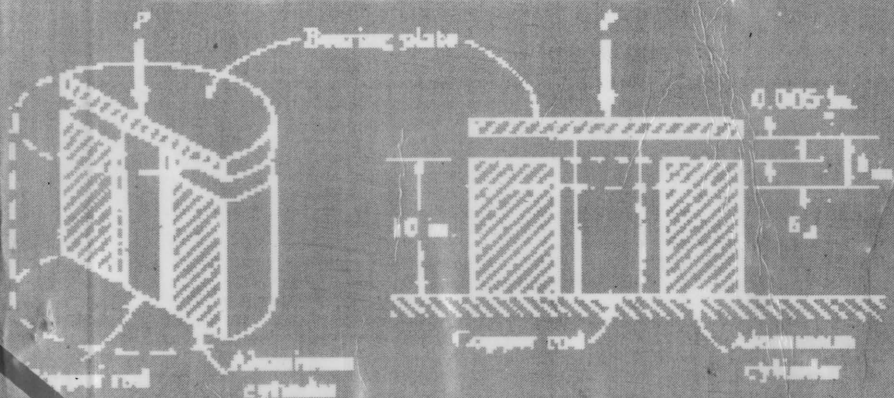
11777

KHATIZ ORGANIZATION FOR  
REHABILITATION (KOR)

$$l_1 = l_{\max} = \sqrt{\frac{l_{\max}}{A}} = \sqrt{\frac{36608}{115.9}} = 17.77 \text{ cm}$$

$$l_2 = l_{\min} = \sqrt{\frac{l_{\min}}{A}} = \sqrt{\frac{3980.7}{115.9}} = 5.86 \text{ cm}$$

# Strength of Materials



Engineer Mohammad Mashooq Patyar